и закон сохранения импульса:

$$\sqrt{2m_\alpha E_п} = \left(M_O + m_p\right)u,$$

где M_O – масса ядра атома кислорода, а m_p – масса протона. Исключая из уравнений скорость u, получим

$$Q = E_п\left(1 - \frac{m_\alpha}{M_O + m_p}\right).$$

Пусть теперь кинетическая энергия α-частицы T_α больше $E_п$, а образовавшийся в результате реакции протон неподвижен. Законы сохранения энергии и импульса в этом случае будут иметь вид

$$T_\alpha = \frac{M_O v^2}{2} + Q, \quad \sqrt{2m_\alpha T_\alpha} = M_O v,$$

где v – скорость ядра атома кислорода. После исключения из этих уравнений скорости v, получим

$$T_\alpha = Q\frac{M_O}{M_O - m_\alpha} = E_п\frac{M_O\left(M_O + m_p - m_\alpha\right)}{\left(M_O - m_\alpha\right)\left(M_O + m_p\right)}.$$

Энергия α-частицы будет больше пороговой энергии на величину

$$T_\alpha - E_п = E_п\frac{m_\alpha m_p}{\left(M_O - m_\alpha\right)\left(M_O + m_p\right)} \approx 0{,}025 \text{ МэВ}.$$

Задача 6. *В настоящее время в природном уране содержится $\eta_1 = 99{,}28\%$ урана-238 и $\eta_2 = 0{,}72\%$ урана-235. Вычислите возраст Земли в предположении, что в момент ее образования количества обоих изотопов урана были одинаковыми. Периоды полураспадов ядер ^{238}U и ^{235}U равны, соответственно $\tau_1 = 4{,}56\cdot10^9$ лет и $\tau_2 = 0{,}71\cdot10^9$ лет.*

Воспользуемся основным законом радиоактивного распада

$$N(t) = N_0\cdot2^{-t/\tau},$$

где $N(t)$ – число нераспавшихся ядер через произвольное время t после начала отсчета, N_0 – число нераспавшихся ядер в момент начала отсчета, τ – период полураспада данных ядер. В нашем случае за начало отсчета времени мы выбираем момент образования Земли. Пусть N_0 – число ядер каждого изотопа в природном уране на момент образования Земли, тогда число этих ядер в настоящий момент t равно

$$N_1(t) = N_0\cdot2^{-t/\tau_1} \text{ и } N_2(t) = N_0\cdot2^{-t/\tau_2}.$$

Поделив одно равенство на другое, получим

$$\frac{N_1(t)}{N_2(t)} = \frac{\eta_1}{\eta_2} = 2^{t\left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right)}.$$

Прологарифмировав обе части данного уравнения, найдем возраст Земли:

$$t = \frac{\ln(\eta_1/\eta_2)}{\ln2}\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \approx 6\cdot10^9 \text{ лет}.$$

Упражнения

1. В 1989 году впервые наблюдалось образование протониума – атома, состоящего из протона и антипротона (частица с массой протона и зарядом, равным по величине и по знаку заряду электрона). Определите энергию излучения, соответствующую переходу протониума из состояния с $n = 2$ в состояние с $n = 1$.

2. При слиянии протона и ядра трития образуются α-частица (ядро атома гелия) и γ-квант: ${}^1_1H + {}^3_1H \to {}^4_2He + \gamma$. Дефект масс ядра ${}^4_2He$ составляет 0,0304 а.е.м. (1 а.е.м. соответствует энергии 931,5 МэВ). Кинетическая энергия частиц, образующихся в реакции ${}^3_1H + {}^3_1H \to {}^4_2H + 2{}^1_0n$, на 11,3 МэВ больше кинетической энергии исходных частиц. Определите энергию, уносимую γ-квантом в первой реакции. Кинетическими энергиями протона, ядра трития и α-частицы можно пренебречь.

3. При захвате нейтрона ядром лития происходит ядерная реакция ${}^6Li + n = {}^3H + {}^4He$, в которой выделяется энергия $Q = 4{,}8$ МэВ. Найдите распределение кинетической энергии между продуктами реакции. Кинетическую энергию исходных частиц считайте пренебрежимо малой.

4. Определите энергию, уносимую за 1 час α-частицами, получающимися при распаде 1 г радия (${}^{226}Rd$), если скорость α-частиц равна $1{,}51\cdot10^9$ см/с, а период полураспада радия составляет 1602 года.

ОЛИМПИАДЫ

XXV Всероссийская математическая олимпиада школьников

Зональный этап

По традиции, зональный (четвертый) этап математической олимпиады 1998/99 учебного года проходил в дни весенних школьных каникул. В этом году олимпиаду принимали Иваново, Курск, Пермь и Барнаул. В олимпиаде участвовали около 350 учащихся 8, 9, 10 и 11 классов – победителей областных олимпиад. Соревнования проводились в два дня. В каждый из этих дней участникам было предложено решить по четыре задачи в течение четырех часов.

По просьбе членов жюри олимпиады школьники каждой параллели назвали лучшие с их точки зрения задачи. Таковыми стали задачи: 7 для 8 класса («домино»), 4 для 9 и 10 классов («лабиринт»), 3 для 11 класса («болтуны и молчуны») и 4 для 11 класса («большие грани»).

Задачи

8 класс

1. Отец с двумя сыновьями отправились навестить бабушку, которая живет в 33 км от города. У отца есть мотороллер, скорость которого 25 км/ч, а с пассажиром – 20 км/ч (двух пассажиров на мотороллере перевозить нельзя). Каждый из братьев идет по дороге со скоростью 5 км/ч. Докажите, что все трое доберутся до бабушки за 3 часа.