

меньше первой космической скорости. Можно считать Землю идеальным шаром, на котором нет атмосферы.

Пусть тело движется по круговой орбите с практически неизменной скоростью – это разумное упрощение, учитывая очень малое изменение расстояния до центра Земли. Выберем малый интервал времени τ и вычислим уменьшение расстояния от тела до центра Земли за это время. Тело «падает» с ускорением g и смещается «вбок» со скоростью $v = 0,99v_1$, где v_1 – первая космическая скорость. Если бы мы бросили тело, придав ему первую космическую скорость, то в результате оно вовсе не приближалось бы к центру и не удалялось от него. В нашем случае квадрат нового расстояния до центра составит

$$(R - 0,5g\tau^2)^2 + (v\tau)^2 = R^2 - Rg\tau^2 + 0,25g^2\tau^4 + (0,99v_1\tau)^2.$$

С учетом малости интервала времени τ , а также используя известное соотношение для первой космической скорости $v_1^2 = gR$, получим изменение расстояния до центра Земли:

$$\Delta R = 0,5g\tau^2(1 - 0,99^2).$$

Видно, что движение «вниз» – это просто равноускоренное движение с ускорением $a = 0,02g$. Время падения с этим ускорением с высоты $H = 1000$ м составит $\sqrt{2H/a} \approx 100$ с, при этом тело пролетит вдоль окружности примерно 800 км.

З.Рафаилов

Ф1691. Динамометр состоит из подставки и прикрепленной к ней однородной пружинки втрое меньшей массы. Один крючок динамометра соединен с подставкой, другой – со свободным концом пружинки. Два таких динамометра соединены «последовательно» – сцеплены двумя крючками, а внешние силы приложены к свободным крючкам. Приложим к этим крючкам противоположно направленные силы \vec{F} и \vec{f} – динамометры поедут по гладкой горизонтальной плоскости, вытянувшись вдоль линии действия сил. Считая, что пружинки не касаются витками оснований динамометров, определите показания приборов.

Разберем вначале хорошо известную задачу о растяжении массивной пружинки, которую тянут за концы в противоположные стороны силами F_1 и F_2 . При равенстве этих сил, т.е. когда $F_1 = F_2 = F$, удлинение пружинки жесткостью k равно $x = F/k$. При неравных силах – пусть для определенности $F_2 > F_1$ – найти растяжение сложнее, так как разные части пружинки будут растянуты неодинаково. Разобьем (мысленно) пружинку на большое число N одинаковых кусочков (можно было бы рассмотреть в качестве этих кусочков отдельные витки, но если число витков невелико, то подойдут и части витков). Жесткость каждого такого кусочка будет kN . Для части пружинки, содержащей n кусочков (рис.1) запишем

$$F_2 - T_n = nma = n \frac{M}{N} \frac{F_2 - F_1}{M} = n \frac{F_2 - F_1}{N},$$

$$T_n = F_2 - n \frac{F_2 - F_1}{N}.$$

Суммируя удлинения кусочков, для всей пружинки

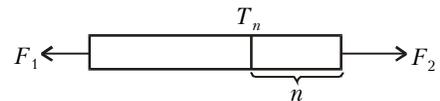


Рис.1

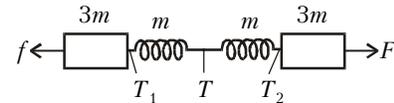


Рис.2

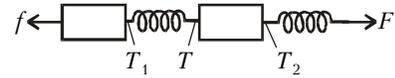


Рис.3

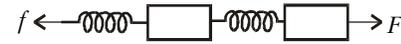


Рис.4

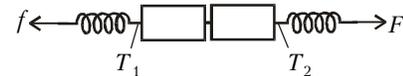


Рис.5

получим

$$x = \sum_1^N x_i = \sum_1^N \frac{T_i}{kN} = \frac{1}{kN} \left(\sum_1^N F_2 - \sum_1^N n \frac{F_2 - F_1}{N} \right) = \frac{1}{kN} \left(NF_2 - \frac{F_2 - F_1}{N} \frac{N(N+1)}{2} \right) = \frac{F_1 + F_2}{2k}$$

(мы учли, что $N \gg 1$ и $N(N+1)/2 \approx N^2/2$). Видно, что растяжение массивной пружинки определяется полусуммой растягивающих сил. Динамометр с такой пружинкой может двигаться и с ускорением, но его показания определяются именно деформацией пружинки.

Теперь рассмотрим различные варианты соединения динамометров (обозначения ясны из соответствующих рисунков).

1) Для схемы на рисунке 2 запишем

$$T - f = (3m + m)a = 4m \frac{F - f}{8m}, \quad T = \frac{F + f}{2},$$

$$T_1 - f = 3m \frac{F - f}{8m}, \quad T_1 = \frac{3}{8}F + \frac{5}{8}f.$$

Растяжение первой (левой) пружинки равно

$$\frac{T_1 + T}{2k} = \frac{1}{k} \left(\frac{9}{16}f + \frac{7}{16}F \right),$$

показания первого динамометра –

$$\frac{T_1 + T}{2} = \frac{9}{16}f + \frac{7}{16}F.$$

Аналогично,

$$T_2 = \frac{3}{8}f + \frac{5}{8}F, \quad \frac{T_2 + T}{2k} = \frac{1}{k} \left(\frac{7}{16}f + \frac{9}{16}F \right),$$

показания второго (правого) динамометра –

$$\frac{T_2 + T}{2} = \frac{7}{16}f + \frac{9}{16}F.$$

2) Для схемы на рисунке 3 –

$$T = \frac{f + F}{2}, \quad T_1 - f = \frac{3}{8}(F - f), \quad T_1 = \frac{5}{8}f + \frac{3}{8}F,$$

$$F - T_2 = \frac{1}{8}(F - f), \quad T_2 = \frac{7}{8}F + \frac{1}{8}f.$$