время поворота на 90°:

$$t = \sqrt{\frac{\pi r m}{F}}\,.$$

Из полученного выражения видно, что время разворота тем меньше, чем меньше радиус дуги окружности. Значит, разворот выгоднее проводить вокруг оси *Б*.

2. $a_A = \frac{3}{2}g - \frac{m_1 + 4m_2}{4m_1 m_2}F$. Отметим, что при некоторых соотношениях между m_1, m_2 и F (в частности, при очень малых F) ускорение точки *A* может быть больше ускорения свободного падения g.

3. Обозначим время пролета частицы над пластинкой через τ. Так как частица отклонилась от своего первоначального направления полета на небольшой угол α, можно считать, что величина ее скорости практически не изменилась и осталась равной v. Значит, изменение импульса частицы мало и в основном обусловлено изменением направления вектора скорости: $\Delta p = p\alpha = mv\alpha$. С другой стороны, в соответствии со вторым законом Ньютона изменение импульса частицы за малый промежуток времени равно произведению силы, вызвавшей это изменение, на величину данного промежутка времени: $\Delta p = F\tau$. Время пролета частицы над пластинкой приближенно равно $\tau \approx L/v$. Силу же, действовавшую на частицу во время полета, можно найти, пользуясь методом изображений, который применим тогда, когда расстояние от частицы до пластинки много меньше ее размеров. Действительно, если поместить под пластинкой симметрично покоящейся частице заряд $-q$, то картина силовых линий в пространстве над пластинкой не изменится; в частности, из-за симметрии пластинка останется эквипотенциальной поверхностью. Это означает, что силу взаимодействия незаряженной пластинки и точечного заряда q, находящегося на расстоянии d от нее, можно найти как силу взаимодействия двух точечных зарядов q и $-q$, расположенных на расстоянии $2d$ друг от друга симметрично относительно пластинки. Все приведенные рассуждения будут справедливы и в случае медленного (по сравнению со скоростью распространения электромагнитного взаимодействия) движения частицы. Значит, для приближенного вычисления силы F можно воспользоваться законом Кулона: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(2d)^2}$. Окончательно получим

$$v = \frac{q}{4d}\sqrt{\frac{L}{\pi\varepsilon_0\alpha m}}\,.$$

11 класс

1. На полоски линии действуют две силы: кулоновская сила электростатического притяжения, обусловленная наличием на поверхности полосок зарядов, и сила Ампера, связанная с протеканием тока и отталкивающая пластинки друг от друга. Вычислим кулоновскую силу, приходящуюся на единицу длины линии. Выделим участок линии длиной l. Пусть на нем имеется заряд q. Тогда

$$\frac{F_К}{l} = \frac{qE}{2l} = \frac{qU}{2bl} = \frac{CU^2}{2bl} = \frac{\varepsilon_0 a U^2}{2b^2},$$

где E – напряженность электрического поля между полосками линии, которая представляет собой плоский конденсатор. (Здесь учтено, что кулоновская сила равна произведению заряда, находящегося на рассматриваемом участке пластины, на величину напряженности поля, создаваемого другой пластиной, которая равна $E/2$.) Теперь найдем силу Ампера, приходящуюся на единицу длины линии. Она пропорциональна квадрату силы тока:

$$\frac{F_А}{l} = BI^2 = B\left(\frac{U}{R}\right)^2.$$

Коэффициент пропорциональности B можно найти из условия, что при некотором сопротивлении нагрузки $R = R_0$ силы Кулона и Ампера уравновешивают друг друга:

$$B = \frac{\varepsilon_0 a R_0^2}{2b^2}\,.$$

После увеличения сопротивления нагрузки в $n = 5$ раз кулоновская сила не изменится, а сила Ампера уменьшится в n^2 раз; значит, полоски линии будут притягиваться с силой, равной разности сил Кулона и Ампера:

$$F = \frac{\varepsilon_0 a U^2}{2b^2}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \approx 0{,}042 \text{ Н/м}.$$

2. Прежде всего заметим, что луч, который видит пассажир, отражается от головки рельса, которая имеет округлую форму. Поэтому при большом радиусе закругления рельсов (и, следовательно, при малых углах падения и отражения луча) можно пренебречь тем, что глаза пассажира и фары метропоезда находятся на разных высотах над уровнем рельсов, и считать, что фары, глаз пассажира и точка рельса, от которой отражается свет, лежат в практически горизонтальной плоскости. Далее, необходимо рассмотреть два случая: когда тоннель закругляется в сторону платформы, на которой стоит пассажир, и когда тоннель закругляется в противоположную от пассажира сторону.

Для первого случая из рисунка 11 видно, что прежде всего пассажир увидит луч от правой фары, отраженный правым рельсом. Отрезки, проведенные из центра кривизны пути *O* к фаре *F*, пассажиру *P*, точке отражения света от рельса *K* и точке *S*, в которой луч касается стенки тоннеля, составляют друг с другом равные углы α. Из треугольника *OPK* можно приближенно найти расстояние от внутренней стенки тоннеля до внешнего рельса:

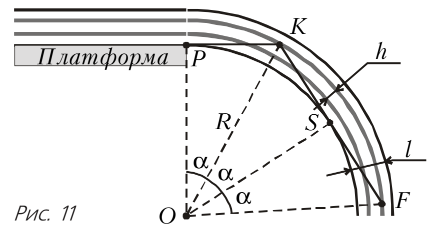

Рис. 11

$$\frac{l}{2} + \frac{h}{2} \approx R(1 - \cos\alpha) \approx \frac{R\alpha^2}{2},$$

откуда

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{l+h}{R}}\,,$$

а искомое расстояние

$$L \approx 3\alpha R \approx 3\sqrt{R(l+h)}\,.$$

Второй случай отличается от первого тем, что луч касается стенок тоннеля дважды. Из соответствующих построений находим

$$L \approx \left(3\sqrt{l+h} + \sqrt{2l}\right)\sqrt{R}\,.$$

ВТОРОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

8 класс

1. По часам с обломанной минутной стрелкой можно установить, что первые 3000 м автомобиль проходит за $(60m + 30)$ секунд, где m – целое неотрицательное число. Поэтому величина $1/v$, где v – скорость автомобиля, может принимать следующий ряд значений:

$$\frac{1}{v} = 0{,}01;\ 0{,}03;\ 0{,}05;\ 0{,}07;\ 0{,}09;\ 0{,}11;\ 0{,}13;\ \ldots) \text{ с/м}.$$

Следующие 4000 м автомобиль проходит за $(60n + 20)$ секунд, где n – целое неотрицательное число. Поэтому

$$\frac{1}{v} = 0{,}005;\ 0{,}02;\ 0{,}035;\ 0{,}05;\ 0{,}065;\ 0{,}08;\ 0{,}095;\ 0{,}11;\ 0{,}125;\ldots) \text{ с/м}.$$