

площади S_2 , причем точка B_3 удалена от стороны A_1A_2 не дальше, чем точки B_1 и B_2 . Обозначим через S площадь шестиугольника $A_1B_3A_2B_1A_3B_2$. Докажите, что $\sqrt{S_1S_2} \leq S \leq 2\sqrt{S_1S_2}$. (9, 10)

В.Кириченко

4. 2^n человек хотят разыграть кубок по олимпийской системе, причем для каждой пары заранее известно, кто выигрывает. Докажите, что можно так составить расписание, что человек, выигрывающий у наибольшего числа людей (если такой есть), выигрывает кубок. (10)

5. Укажите такую рациональную функцию с целыми коэффициентами, область значений которой – отрезок $[\sqrt{2}; 2]$ (функция должна быть определена на всей вещественной прямой). (11)

В.Сендеров

6. Противоположные стороны четырехугольника $ABCD$ продлены до пересечения в точках M и N . Из точки пересечения диагоналей O на прямую MN опущен перпендикуляр, пересекающий эту прямую в точке P . Докажите, что углы APC и OPC равны. (11)

А.Заславский

7. В некоторых клетках бесконечной клетчатой доски стоят фишки. Расстановка фишек называется почти плотной, если в каждом квадрате $n \times n$ не более $10n$ пустых клеток (для любого n). Докажите, что существует такое d , что в любой почти плотной расстановке можно заполнить все клетки, сдвинув каждую фишку на расстояние, меньшее d . (11)

М.Вялый, А.Канель

*Публикацию подготовил
Г.Челноков*

Избранные задачи Московской физической олимпиады 1999 года

Первый теоретический тур

8 класс

1. Система из двух сообщающихся вертикальных цилиндров, заполненных жидкостью плотностью ρ , закрыта поршнями, массы которых M_1 и M_2 . В положении равновесия поршни находятся на одной высоте. Если на поршень массой M_1 положить груз массой m , то поршень массой M_2 поднимется после установления равновесия на высоту h относительно начального положения. На какую высоту поднимется относительно начального положения равновесия поршень массой M_1 , если груз массой m переложить на поршень массой M_2 ?

О.Шведов

2. В фарфоровую чашку массой $m_{\text{ф}} = 100$ г, находящуюся при комнатной температуре $T_{\text{к}} = +20$ °С, наливают $m_1 = 150$ г горячего кофе при температуре $T_1 = +90$ °. Затем достают из холодильника брикет мороженого, имеющий температуру $T_2 = -12$ °С, и серебряной ложкой, масса которой $m_{\text{л}} = 15$ г, кладут понемногу мороженого в кофе, каждый раз размешивая его. Так поступают до тех пор, пока не установится температура $T_3 = +45$ °С, когда кофе приятно пить. Оцените, сколько грамм мороженого надо положить для этого в кофе. Потерями тепла пренебречь. Считать известными удельные теплоемкости воды $c_{\text{в}} = 4,2$ Дж/(г·°С), льда $c_{\text{л}} = 2,1$ Дж/(г·°С), серебра

$c_{\text{с}} = 0,23$ Дж/(г·°С), фарфора $c_{\text{ф}} = 0,8$ Дж/(г·°С) и удельную теплоту плавления льда $\lambda = 340$ Дж/г.

М.Семенов

9 класс

1. У квадратного стола со стороной $L = 1$ м и высотой $H = 1$ м одна ножка на $a = 3$ см короче остальных, и стол может качаться. Если поставить стол ровно, то он стоит, но достаточно легкого толчка, чтобы он накренился на короткую ножку. Для того чтобы после этого стол вернулся в первоначальное положение, нужно положить на угол, противоположный короткой ножке, грузик массой $m = 300$ г. Найдите массу крышки стола, пренебрегая массой ножек. Считать ножки тонкими и расположенными по углам крышки стола.

А.Андрянов

2. Сплошной шарик из алюминия диаметром $d = 1$ см бросили в 50-процентный раствор азотной кислоты. В данных условиях с одного квадратного сантиметра поверхности растворяется 10^{-4} г алюминия в час. Через какое время шарик полностью растворится в кислоте? Плотность алюминия $\rho = 2,7$ г/см³.

С.Варламов

10 класс

1. Согласно сериалу «Звездные войны», космические истребители земного флота имеют форму креста, где

на концах консолей расположены 4 одинаковых ракетных двигателя (вид истребителя спереди изображен на рисунке 1). Одним из пилотажных

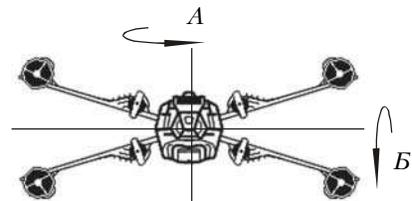


Рис. 1

маневров такого истребителя является быстрый разворот на 180°, когда два соседних двигателя работают на «полный вперед», а два остальных – на «полный назад» с такой же тягой. Вокруг какой оси – А или В – нужно совершать такой разворот, чтобы он занял меньше времени? Считать, что практически вся масса истребителя сосредоточена в его двигателях и что сила тяги не зависит от скорости. Маневр совершается в открытом космосе.

А.Андрянов

2. В системе, изображенной на рисунке 2, нить невесома и нерастяжима, блоки невесома, трение отсутствует. Массы грузов равны m_1 и m_2 . Найдите уско-

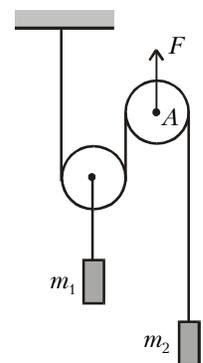


Рис. 2