

расположены в виде линейки, параллельной этой полоске. И лампа, и линейка датчиков расположены на подвижной каретке. Каретка движется с постоянной скоростью, и датчики через равные интервалы времени передают в компьютер изображение. Таким образом, при перемещении каретки получается много «срезов» объекта, из которых и состоит изображение. Пользуясь данным изображением, определите направление и скорость движения каретки сканера, если длина секундной стрелки (от оси до острия) составляет 15 мм.

*А. Селиверстов*

**Ф1699.** Очень легкая жесткая квадратная пластинка подвешена в горизонтальном положении на четырех одинаковых вертикальных нитях, прикрепленных к ее углам. Найдите ту область пластинки, куда можно положить точечный груз таким образом, чтобы все четыре нити в положении равновесия оказались натянутыми. Нити считать упругими, но очень слабо растяжимыми.

*Р. Компанец*

**Ф1700.** Требуется перевести идеальный газ из состояния 1 с температурой  $T_1$  в состояние 2 с температурой  $T_2 > T_1$  таким образом, чтобы температура в течение всего обратимого процесса  $1 \rightarrow 2$  не убывала, а тепло не отводилось от газа. Минимальное количество теплоты, которое передается газу в таком процессе, равно  $Q_1$ . Какое максимальное количество теплоты можно сообщить газу при данных условиях проведения процесса?

*О. Шведов*

**Ф1701.** В настоящее время для проведения небольших сварочных работ иногда используют смесь водорода с кислородом, получаемую при электролизе воды. Оцените КПД устройства для электролиза воды, если напряжение между электродами одной его ячейки равно  $U = 2$  В. Известно, что при сгорании  $m = 2$  г водорода в кислороде выделяется  $Q = 0,29$  МДж тепла.

*В. Погожев*

**Ф1702.** Параллельные рельсы длиной  $2L$  закреплены на горизонтальной плоскости на расстоянии  $l$  друг от друга. К их концам подсоединены две одинаковые батареи с ЭДС  $\mathcal{E}$  (рис.3). На рельсах лежит перемычка массой  $m$ ,

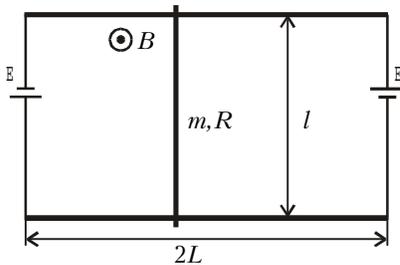


Рис.3

которая может поступательно скользить вдоль них. Вся система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией  $B$ . Считая, что сопротивление перемычки равно  $R$ , а сопротивление единицы длины рельсов равно  $\rho$ , найдите период малых колебаний, возникающих при смещении перемычки от положения равновесия, пренебрегая затуханием, внутренним сопротивлением источников, сопротивлением контактов, а также индуктивностью цепи.

*А. Якута*

## Решения задач М1666—М1675, Ф1683—Ф1687

**М1666.** Три плоскости разрезали куб с ребром 1 на 8 параллелепипедов. Докажите, что среди них найдутся 4 параллелепипеда, объем каждого из которых не превосходит  $1/8$ .

Восемь параллелепипедов имеют одну общую вершину – это точка пересечения трех разрезающих плоскостей. Каждые два из них, имеющих только одну общую вершину, назовем парой. Если длины трех определяющих ребер параллелепипеда равны  $1/2 + x$ ,  $1/2 + y$ ,  $1/2 + z$ , то длины соответствующих ребер парного к нему параллелепипеда равны  $1/2 - x$ ,  $1/2 - y$ ,  $1/2 - z$ . В силу чего произведение объемов двух параллелепипедов, составляющих пару, удовлетворяет неравенству

$$V_1 \cdot V_2 = (1/4 - x^2)(1/4 - y^2)(1/4 - z^2) \leq 1/64.$$

Но тогда хотя бы один из этих объемов не превосходит  $1/8$ .

Так как 8 параллелепипедов распадаются на 4 пары, то в каждой паре найдется хотя бы один параллелепипед с объемом, не превосходящим  $1/8$ .

*Д. Кузнецов*

**М1667.** *Натуральный ряд чисел разбит на две бесконечные части. Докажите, что в каждой части можно взять по 100 чисел с равными суммами.*

Так как обе части бесконечны, то найдется бесконечное число пар последовательных натуральных чисел таких, что меньшее число в каждой паре принадлежит первой части, а большее – второй. Точно так же найдется бесконечное число пар последовательных натуральных чисел таких, что большее число в каждой паре принадлежит первой части, а меньшее – второй.

Ввиду этого ясно, что найдется 50 пар первого типа и 50 пар второго типа таких, что все 100 пар попарно не пересекаются. Итого имеем 200 натуральных чисел, 100 из которых принадлежит первой части, а другие 100 – второй, при этом их суммы равны.

*В. Произволов*

**М1668.** *Имеется  $n$  бочек, содержащих 1, 2, ...,  $n$  литров воды соответственно. Разрешается доливать в бочку столько воды, сколько в ней уже есть, из любой другой бочки, в которой воды достаточно для такой операции. Какое наибольшее количество воды можно собрать в одной бочке, если а)  $n = 10$ ; б)  $n$  – любое число?*

а) **Ответ:** 54 литра. Всю воду (55 литров) нельзя слить в одну бочку. Если бы удалось всю воду слить в одну бочку, то последняя операция состояла бы в сливании двух одинаковых количеств в одно, и получилось бы, что число 55 четно, что неверно.

Получить 54 литра в одной бочке и 1 литр в другой можно, слив сначала всю воду в две бочки и, манипулируя ими, собрать в одной из них 54 литра. Покажем один из способов достижения этой цели. Дополнив из третьей бочки первую, получаем ситуацию (2, 2, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10); затем, удваивая количество воды в первых трех бочках, получим (4, 4, 4, 4, 3, 4, 5, 8, 9, 10). Из бочки с 9 литрами перельем воду в бочку с 5 литрами и после этого объединим воду бочек, содержащих