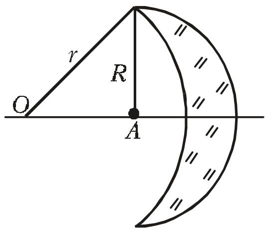

Рис. 2

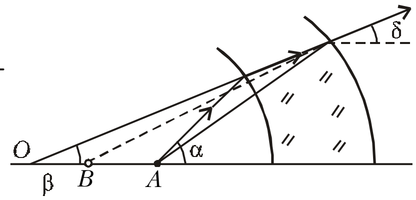

Рис.3

рической поверхности). Где его видит наблюдатель, глаз которого находится вдали на линии центров сферических поверхностей?

Найдем радиус кривизны r углубления – внутренней сферической поверхности (рис.2). Из прямоугольного треугольника получим

$$r^2 = R^2 + \left(r - R/2\right)^2, \text{ и } r = 1,25R.$$

Теперь построим ход луча, испущенного источником (рис.3). Для удобства мы будем изображать на рисунке лучи, падающие на сферические поверхности под достаточно большими углами (иначе ничего нельзя будет разобрать), но надо помнить, что изображение формируется лучами, идущими под очень малыми углами к главной оптической оси – зрачок наблюдателя маленький и расположен далеко. Поэтому мы можем пользоваться стандартными упрощениями – для малых углов заменять синусы и тангенсы значениями самих углов, выраженными в радианах. Итак, рассмотрим ход луча, испущенного под углом α к главной оси. Он попадает на внутреннюю сферическую поверхность на расстоянии $0,5R\alpha$ от оси. Нарисуем луч, падающий в эту же точку из центра внутренней сферической поверхности O (нормаль); пусть он составляет с главной осью угол β. Легко выразить этот угол через α:

$$0,5R\alpha = r\beta = 1,25R\beta, \text{ и } \beta = 0,4\alpha.$$

Угол падения луча с нормалью составит при этом $0,6\alpha$, а после преломления на поверхности стекла с $n = 2$ получится угол $0,3\alpha$ с нормалью. С главной оптической осью это луч составляет угол $0,4\alpha + 0,3\alpha = 0,7\alpha$. Ко второй сферической поверхности (внешней) луч подойдет изнутри на расстоянии $0,5R\alpha + 0,5R \cdot 0,7\alpha = 0,85R\alpha$ от главной оптической оси. Проведем нормаль к сферической поверхности в этой точке (радиус из точки A – центра этой поверхности) – угол между этим радиусом и главной оптической осью получится $\gamma = 0,85R\alpha/R = 0,85\alpha$, тогда угол падения составит $\gamma - 0,7\alpha = 0,15\alpha$, а после преломления угол увеличится вдвое и будет равен $0,3\alpha$. Вышедший луч составит угол $\delta = \gamma - 0,3\alpha = 0,55\alpha$ с главной оптической осью. Продолжение этого луча пересекается с главной оптической осью в точке B на расстоянии $L = = 0,85R\alpha/0,55\alpha = 17R/11 \approx 1,55R$ от места выхода луча (с учетом малости углов – от точки пересечения внешней сферической поверхности с главной оптической осью). Мы взяли произвольный малый угол падения луча источника на нашу линзу, положение полученной точки не зависит от величины этого угла – узкий пучок лучей после преломления кажется исходящим из этой точки; следовательно, мы нашли положение изображения, наблюдаемого глазом.

А.Очков

НАМ ПИШУТ

Супермагические квадраты

На рисунках 1 и 2 приведены магические квадраты, обладающие целым букетом замечательных свойств. Напомним, что числовая таблица называется магическим квадратом, если сумма чисел в каждом ее горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и по каждой из диагоналей одна и та же — эта сумма называется магической константой. Магическая константа обоих приведенных квадратов равна 2000. Другие замечательные свойства этих квадратов связаны с маршрутами шахматных фигур и расположением шахматных полей.

Первый супермагический квадрат 8×8 *на шахматной доске*

8	6 394	5 243	8 457	7 306	2 194	1 43	4 257	3 106
7	4 156	3 207	6 293	5 344	8 356	7 407	2 93	1 144
6	2 56	1 107	4 193	3 244	6 256	5 307	8 393	7 444
5	8 494	7 343	2 157	1 6	4 294	3 143	6 357	5 206
4	3 242	4 189	5 311	6 258	7 442	8 389	1 111	2 58
3	5 208	6 361	7 339	8 492	1 8	2 161	3 139	4 292
2	7 308	8 461	1 39	2 192	3 108	4 261	5 239	6 392
1	1 142	2 89	3 211	4 158	5 342	6 289	7 411	8 358
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*

Рис. 1

Второй супермагический квадрат 8×8 *на шахматной доске*

8	227	53	433	761	107	139	233	47
7	89	239	389	509	73	11	449	241
6	353	127	83	13	181	109	383	751
5	97	61	163	191	409	401	331	347
4	151	797	317	29	419	43	113	131
3	311	443	431	101	79	307	179	149
2	269	23	167	197	293	709	271	71
1	503	257	17	199	439	281	41	263
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*

Рис.2

Квадрат рисунка 1. Рассмотрим любую из 20 горизонтальных полосок, состоящих из 4 соседних клеток и расположенных на территории «белых» фигур (т.е. в пределах первых четырех горизонталей на шахматной доске). Каждой такой полоске соответствует симметричная ей относительно горизонтальной оси полоска из 4 клеток на территории «черных» фигур. Например, полоске b3-c3-d3-e3 соответствует полоска b6-c6-d6-e6. Сумма чисел, стоящих в клетках каждой пары симметричных полосок, равна магической константе 2000.

Рассмотрим маршруты движения белопольного слона — главную диагональ a8-h1 и три пары малых диагоналей: а) a3-b1, c8-h3; б) a4-d1, e8-h5; в) a6-f1, g8-h7. Суммы чисел, расположенных на восьми полях главной диагонали и каждой из пар малых диагоналей, равны магической константе. Та-