

M1689. Арифметическая прогрессия из натуральных чисел содержит не менее трех членов, их произведение – делитель некоторого числа $n^2 + 1$.

а) Докажите, что существует такая прогрессия с разностью 12.

б) Докажите, что такой прогрессии с разностью 10 или 11 не существует.

в)* Какое наибольшее число членов может содержать такая прогрессия с разностью 12?

В.Сендеров

M1690. В каждой вершине выпуклого многогранника сходятся три ребра. Одна грань многогранника красная, остальные – синие. Известно, что любая синяя грань является многоугольником, около которого можно описать окружность. Докажите, что и красная грань является многоугольником, около которого можно описать окружность.

В.Произволов

Ф1688. Автомобиль на прямой передаче (на четвертой скорости коробки передач) может на прямом шоссе развивать скорость от 50 км/ч до 140 км/ч. При скорости 70 км/ч расход бензина составляет 7 л на 100 км пробега; КПД двигателя не зависит от скорости. Сопротивление движению пропорционально квадрату скорости автомобиля. Емкость бензобака автомобиля 40 л, других емкостей для топлива в автомобиле нет. Два водителя (чтобы можно было ехать без перерывов) должны перегнать автомобиль на расстояние 2000 км; заправочные станции по пути расположены на расстояниях 200 км или 300 км друг от друга; перегоны разной длины строго чередуются. За какое минимальное время водители смогут проделать весь путь? Какое минимальное количество бензина можно потратить, если ехать помедленнее? Езда на пониженной передаче приводит к увеличению расхода бензина.

С.Варламов

Ф1689. По гладкому горизонтальному столу свободно скользит прямая однородная палочка длиной L . В данный момент скорость одного из концов палочки равна v и составляет угол α с палочкой, а скорость другого конца по величине равна $2v$. Найдите скорость центра палочки и ускорения ее концов.

А.Палочкин

Ф1690. Небольшое тело бросают параллельно поверхности Земли с высоты 1 км. Определите, где находится точка падения тела на Землю, если его скорость на 1% меньше первой космической скорости. Можно считать Землю идеальным шаром, на котором нет атмосферы.

З.Рафаилов

Ф1691. Динамометр состоит из подставки и прикрепленной к ней однородной пружинки втрое меньшей массы. Один крючок динамометра соединен с подставкой, другой – со свободным концом пружинки. Два таких динамометра соединены «последовательно» – сцеплены двумя крючками, а внешние силы приложены к свободным крючкам. Приложим к этим крючкам противоположно направленные силы \vec{F} и \vec{f} – динамометры поедут по гладкой горизонтальной плоскости, вытянувшись вдоль линии действия сил. Считая, что пружинки не касаются

витками оснований динамометров, определите показания приборов.

С.Варлберман

Ф1692. Поверхность планеты, имеющей такие же размеры, массу и состав атмосферы, как Земля, была полностью покрыта океаном с одинаковыми повсюду глубиной 230 м и температурой $+10^\circ\text{C}$. В результате внутренних процессов температура поднялась повсюду до $+100^\circ\text{C}$, однако глубина океана осталась прежней. Считая, что размеры твердой части планеты совершенно не изменились при нагревании, определите средний коэффициент объемного расширения воды в указанном диапазоне температур.

С.Варламов

Ф1693. Лампочка для фонаря рассчитана на напряжение 2,5 В, ток при этом составляет 0,2 А. В нашем распоряжении имеются мощный источник напряжением 6 В и реостат на 10 Ом (у реостата сделаны выводы от краев обмотки и от движка, который может контактировать с любым витком – такой прибор часто называют потенциометром). Как присоединить лампочку к источнику, чтобы она горела нормально? Где должен находиться движок реостата?

М.Учителев

Ф1694. В компьютерной модели атома водорода все размеры и заряды частиц увеличили в N раз. Считая, что плотность «вещества» частиц в модели сохранена, определите, во сколько раз изменится период обращения «электрона» вокруг ядра. И еще: известно, что в атоме Резерфорда электрон излучает электромагнитные волны и, теряя энергию, должен упасть на ядро через малое время τ . Оцените время падения «электрона» на ядро в увеличенной модели.

А.Зильберман

Ф1695. В схеме на рисунке 1 конденсаторы вначале не заряжены. Напряжение во внешней цепи непрерывно изменяют так, чтобы ток в этой цепи оставался равным I_0 . Какое количество теплоты выделяется в резисторе за время T ?

А.Теплов

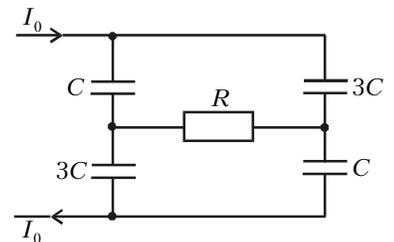


Рис. 1

Ф1696. Цепь из двух конденсаторов емкостью по 10 мкФ и двух резисторов сопротивлением по 1 кОм (рис.2) подсоединена к источнику переменного напряжения 220 В, 50 Гц. Что покажет вольтметр, включенный между точками А и В? А если вместо вольтметра подключить амперметр – какой ток он покажет? А если включить в цепь ваттметр, подсоединив высокоомную его обмотку (обмотку напряжения) непосредственно к источнику, а низкоомную (токовую) к точкам А и В, – что он покажет?

З.Рафаилов

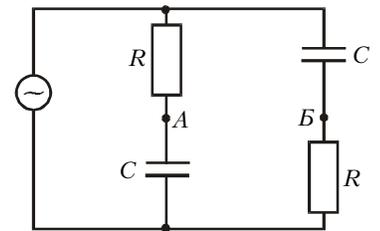


Рис. 2