

а четвертая может скользить по ним. Квадрат расположен на горизонтальной поверхности и находится в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией 200 мТл. Какой ток надо пропустить по контуру, чтобы сдвинуть подвижную сторону, если ее масса 60 г, а коэффициент трения в контактах 0,1? Сторона квадрата 5 см.

*Публикацию подготовили
Б.Писаревский, А.Черноуцан*

**Санкт-Петербургский
государственный университет**

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультеты математико-механический, прикладной математики – процессов управления; дневное отделение)

1. При каких значениях параметра a существует такое k , что уравнение

$$||x - 2| - 2x + 1| = kx + a$$

имеет ровно три решения?

2. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x+3-2x^2}}{x+1} \geq \frac{\sqrt{2x+6-4x^2}}{3x-1}.$$

3. Решите уравнение

$$\sin 2x - \cos 2x = \frac{1}{2} + \sin x.$$

4. Площадь выпуклого четырехугольника $ABCD$ равна S . Длины его сторон AB , BC , CD и DA в указанном порядке образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите ее разность, если известно, что острый угол между диагоналями четырехугольника равен φ и $AB = a$.

5. Найдите угол между гранями ABC и ABD треугольной пирамиды $ABCD$, если известно, что $\angle ABD = \angle BAC = \alpha$, $\angle BAD = \angle ABC = \beta$ и $AB = CD$.

Вариант 2

(факультет менеджмента; дневное отделение)

1. При каких значениях параметра a уравнение $\log_{x+1}(4|x| - a) = 2$ имеет ровно одно решение?

2. Решите неравенство

$$\sqrt{7-3x} > 2 + 2x.$$

3. Решите систему

$$\begin{cases} \cos x \cdot \cos y \cdot \cos z = \frac{1}{12}, \\ \sin x \cdot \sin y = \frac{2}{3}, \\ x + y + z = \pi. \end{cases}$$

4. Найдите все значения x , при кото-

рых числа $|x - 1|$, $3 - x$, $3x - 5$, расположенные в каком-либо порядке, образуют арифметическую прогрессию, разность которой больше 1.

5. Окружность радиуса R касается трех сторон параллелограмма $ABCD$ и отрезка BM , где M – точка на стороне CD , отличная от C и D . Найдите, в каком отношении отрезок BM делит площадь параллелограмма, если известно, что радиус окружности, вписанной в треугольник BCM , равен r .

Вариант 3

(факультеты психологии и экономического; вечернее и заочное отделения)

1. Геометрическая прогрессия с отрицательной суммой состоит из четырех членов. Выбросив из нее второй член и сохранив порядок, мы получим возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель исходной геометрической прогрессии.

2. Изобразите на плоскости Oxy множество всех тех точек, координаты которых удовлетворяют равенству

$$|y^2 - y| - |y - x^2| = x^2 + y^2 - 2y.$$

3. Решите неравенство

$$\frac{\log_3(3^{2x+1} - 16 \cdot 3^x + 16)}{x+1} \leq 1.$$

4. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\cos \sqrt{ax - x^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

имеет не менее семи решений.

5. Окружность проходит через вершину C прямоугольника $ABCD$, касается стороны AB , пересекает сторону CD в точке M и касается луча AD . Найдите сторону AB , если известно, что $AD = a$, $DM = c$.

*Публикацию подготовили
О.Иванов, Н.Нецветаев, Ю.Чуриш*

**Санкт-Петербургский
государственный технический
университет**

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен¹

Вариант 1

(радиофизический факультет)

1. Упростите выражение

$$A = (\sqrt{a-4})^2 - \sqrt{(2-a)^2}.$$

¹ На выполнение задания давалось 120 минут.

2. Сколько процентов от числа 0,5 составляет его куб?

3. Известно, что многочлен $x^2 + px + q$ имеет корень $x = -2$ и достигает своего наименьшего значения при $x = 2$. Найдите его второй корень.

4. Вычислите без помощи калькулятора и таблиц

$$\frac{1 - 2 \cos^2 14^\circ}{\sin 62^\circ}.$$

5. Напишите уравнения асимптот графика функции

$$y = \frac{2x + 4}{x^2 + 3x + 2}.$$

6. Упростите выражение $9^{1/\log_{\sqrt{7}} 3}$.

7. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{7x - 3 - 2x^2}.$$

8. Вычислите

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{4} \right).$$

9. Решите уравнение

$$\log_4(x^2) + 2 = 0.$$

10. Найдите наименьший положительный период функции

$$y = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{5}.$$

11. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$5x < \frac{1}{0,4x}.$$

12. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 9^x - 3^x.$$

13. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) = 1.$$

14. Найдите $\lg 24$, если известно, что $\lg 2 = a$, $a \log_2 3 = b$.

15. Представьте в виде периодической десятичной дроби сумму периодических десятичных дробей $0,3(4)$ и $0,(3)$.

16. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 2 + xy, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$

17. Найдите множество значений функции

$$y = \frac{1 - |x|}{1 + x}.$$

18. В прямоугольном треугольнике с длиной гипотенузы равной 3, биссектриса, проведенная к катету, разбивает его в отношении 1 : 3. Найдите площадь треугольника.