



Рис. 8

не учитывать также потерь энергии, обусловленных ускоренным движением электрических зарядов, на основании закона изменения механической энергии можно утверждать, что кинетическая энергия системы при прохождении ею положения равновесия после отпущения без начального толчка равна работе электрических сил при перемещении заряженных шариков. Полагая стержень твердым телом (иное не оговорено в условии задачи), следует считать, что шарики имеют одинаковые угловые скорости. Учитывая, что стержень является невесомым, и пренебрегая размерами шариков по сравнению с их расстоянием до оси вращения, можно утверждать, что при угловой скорости  $\omega$  стержень с шариками обладает кинетической энергией

$$W_k = \frac{m\omega^2(b^2 + (L-b)^2)}{2}.$$

Работа электрического поля при перемещении стержня из отклоненного положения в положение равновесия равна

$A = qE(L-2b)(1-\cos\alpha)$ . Рассуждая аналогично, можно показать, что при любом знаке заряда шариков и произвольном соотношении между  $L$  и  $b$  работу сил поля можно вычислить по формуле  $A = |q|E|L-2b|(1-\cos\alpha)$ . Учитывая, наконец, что линейная скорость точки, движущейся по окружности радиусом  $b$  с угловой скоростью  $\omega$ , равна  $v = \omega b$ , определим искомую скорость:

$$v = b \sqrt{\frac{2|q|E|2b-L|(1-\cos\alpha)}{m(b^2 + (L-b)^2)}}.$$

7. После первого переключения ключа  $K$  в положение 2 происходит заряд конденсаторов. Поскольку емкости конденсаторов одинаковы, первоначально они были полностью разряжены, а теперь подключены к источнику последовательно, установившееся напряжение на каждом из конденсаторов будет равно  $E/2$ . При этом через источник пройдет заряд  $q_1 = EC/2$ . Выделившееся на внутреннем сопротивлении источника количество теплоты можно вычислить на основании закона сохранения энергии, если, как это обычно и делается, пренебречь потерями энергии, связанными с излучением электромагнитной энергии. Действительно, энергия электрического поля, возникшего в конденсаторах после их зарядки, равна  $W_s = 2q_1^2/(2C)$ . При этом сторонние силы совершили работу  $A_{ст} = Eq_1$ . Часть этой работы была затрачена на создание электрического поля в конденсаторах, а другая равна количеству теплоты, выделившемуся в источнике. Таким образом, после первого переключения ключа в положение 2 на внутреннем сопротивлении источника должно выделиться количество теплоты

$$Q_1 = Eq_1 - \frac{q_1^2}{C}.$$

После переключения ключа в положение 1 начинается разряд соединенного с ним конденсатора. По истечении достаточно большого промежутка времени этот конденсатор должен полностью разрядиться через резистор  $R$ , а заряд другого конденсатора (как обычно, пренебрегаем токами утечки) должен остаться неизменным и равным  $q_1$ . После повторного перевода ключа в положение 2 конденсаторы вновь начнут заряжаться, при этом протекающий через источник и каждый из конденсаторов заряд  $q_2$  должен быть одним и тем же. Условие окончания заряда конденсаторов можно записать в виде

$$\frac{q_1 + q_2}{C} + \frac{q_2}{C} = E,$$

а количество теплоты  $Q_2$ , выделившееся на внутреннем сопротивлении источника, должно удовлетворять соотношению

$$Eq_2 + \frac{q_1^2}{2C} = \frac{q_2^2}{2C} + Q_2 + \frac{(q_1 + q_2)^2}{2C}.$$

Из составленных уравнений найдем искомое отношение количеств теплоты:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = 4.$$

8. После того как аккумулятор полностью зарядился, ни его ЭДС  $E_a$ , ни его внутреннее сопротивление  $r_a$  не должны изменяться при дальнейшем пропускании зарядного тока. Поэтому можно считать, что эти характеристики аккумулятора не зависят от времени. Если внутреннее сопротивление источника обозначить  $r$ , то, в соответствии с законом Ома для полной цепи, можно найти ток, текущий через аккумулятор:

$$I = \frac{E - E_a}{r + r_a}.$$

С другой стороны, согласно закону Фарадея для электролиза, сила тока должна удовлетворять соотношению

$$I = \frac{mFz}{M},$$

где  $F \approx 96,5$  кКл/моль – число Фарадея,  $z = 1$  – валентность и  $M = 1$  г/моль – молярная масса атомарного водорода. Считая, что мощность, отдаваемая источником, затрачивается только на совершение работы против сторонних сил в аккумуляторе и выделение тепла в нем, запишем

$$N(r_a) = I^2 r_a + IE_a, \text{ или } N(r_a) = \frac{(E - E_a)(E_a + E_a r)}{(r + r_a)^2}.$$

Отдаваемая источником мощность будет максимальной, если

$$\frac{dN(r_a)}{dr_a} = 0.$$

Учитывая, что  $r + r_a \neq 0$  и  $E \neq E_a$ , получим

$$E(r + r_a) = 2(E_a + E_a r), \text{ или } r_a = \frac{r(E - 2E_a)}{E}.$$

Используя это выражение и сравнивая два полученных соотношения для тока  $I$ , вычислим искомое внутреннее сопротивление источника:

$$r = \frac{EM}{2mFz} \approx 0,47 \text{ Ом}.$$

9. Пренебрегая магнитным потоком, пронизывающим материал проводников ротора, начало отсчета времени можно выбрать так, чтобы модуль потока магнитного поля, создаваемого обмотками статора, сцепленного с обмоткой ротора, был равен

$$|\Phi(t)| = |BSN \cos(\Omega - \omega)t|.$$

Тогда величина ЭДС, возникающей в обмотке, равна скорости изменения сцепленного с этой обмоткой потока внешнего магнитного поля, т.е.

$$|\mathcal{E}(t)| = |d\Phi/dt| = |BSN(\Omega - \omega) \sin(\Omega - \omega)t|.$$

Величина тока в обмотке ротора равна

$$|I(t)| = \frac{|\mathcal{E}(t)|}{R},$$

поэтому действующий на ротор момент сил со стороны магнитного поля равен

$$|M(t)| = |I(t)BSN \sin(\Omega - \omega)t| = \frac{(\Omega - \omega)(BSN \sin(\Omega - \omega)t)^2}{R}.$$

Поскольку скорость вращения ротора практически остается