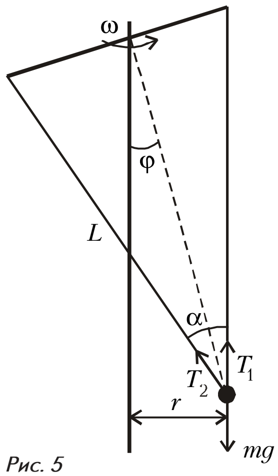

Рис. 5

ния оси должна удовлетворять неравенству

$$T \geq \frac{mg}{2\cos(\alpha/2)},$$

поэтому при

$$\omega^2 \leq \omega_{\text{кр}}^2 = \frac{g}{L\cos(\alpha/2)}$$

отклонение от вертикали плоскости, в которой лежат нити, должно быть равно нулю и, следовательно,

$$T = \frac{mg}{2\cos(\alpha/2)}.$$

Если же $\omega > \omega_{\text{кр}}$, то $\varphi \neq 0$ и

$$T = \frac{m\omega^2 L}{2}.$$

3. Если пренебречь затуханием, то уравнение движения груза в проекциях на ось OX, направленную вертикально вниз, можно записать в виде

$$mx'' = -k\left(x_0 + x\right) + mg,$$

где k – жесткость полоски, x_0 – деформация полоски под действием неподвижно висящего на ней груза, x – смещение груза от равновесного положения. При равновесии груза сумма сил, действующих на него, равна нулю, т.е. $mg = kx_0$, а уравнение движения груза принимает вид

$$mx'' = -kx.$$

Следовательно, малые вертикальные колебания груза будут гармоническими, причем период этих колебаний равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Определить жесткость k резиновой полоски можно, например, из следующих соображений. Действие избыточного давления Δp в трубке, изготовленной из того же листа резины, из которого вырезана полоска, должно уравновешиваться силами напряжения. Согласно закону Гука, линейная плотность напряжения, обусловленного увеличением радиуса трубки (т.е. напряжение в расчете на единицу длины трубки), равна

$$f = Eh\frac{2\pi(r+\Delta r) - 2\pi r}{2\pi r} = Eh\frac{\Delta r}{r},$$

где E – модуль Юнга, а h – толщина листа резины. С другой стороны, сила избыточного давления Δf, действующая на узкую полоску трубки единичной длины, равна $\Delta f = (r + \Delta r)\Delta\alpha\Delta p$, где $\Delta\alpha$ – центральный угол, под которым видны края этой полоски (рис.6). Написанное выражение справедливо для $\Delta\alpha \to 0$. Условие равновесия рассматриваемой полоски трубки можно записать в виде $\Delta f = 2f\sin(\Delta\alpha/2)$, или, учитывая, что $\Delta\alpha \to 0$, $\Delta f = f\Delta\alpha$. Подставляя в это соотношение найденные ранее выражения для Δf и f, получим

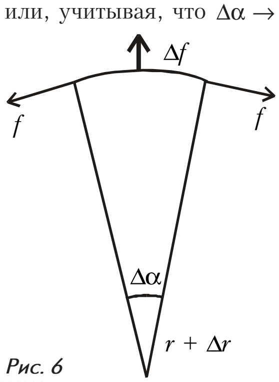

Рис. 6

$$Eh = (1 + r/\Delta r)r\Delta p.$$

Отсюда найдем жесткость полоски $k = Ebh/L$ и искомый период колебаний груза:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{mL}{(1+r/\Delta r)rb\Delta p}}.$$

4. Поскольку гелий – одноатомный газ, его молярную массу будем считать неизменной. На первом и третьем участках цикла плотность гелия не изменяется; следовательно, объем гелия остается постоянным. На втором и четвертом участках должно оставаться неизменным давление гелия. Построенная pV-диаграмма заданного цикла показана на рисунке 7. Если считать, что давление газа на первом участке уменьшается в n раз, т.е. $p_1 = np_2$, и учесть, что температура гелия на втором участке уменьшается в k раз, т.е. $T_3 = T_2/k$, то, согласно уравнению Клапейрона—Менделеева, должны выполняться следующие соотношения:

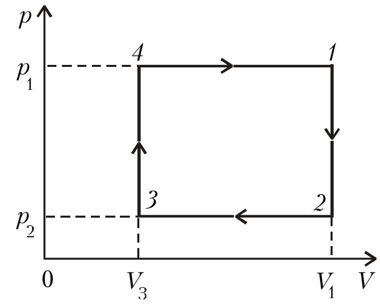

Рис. 7

$$p_1V_1 = RT_1 = np_2V_1 = nRT_2 = knRT_3 = knp_2V_3 = kp_1V_3 = kRT_4,$$

где R – универсальная газовая постоянная. Отсюда следует, что $T_1 = kT_4$. Учитывая, что при изобарическом нагревании молярная теплоемкость идеального одноатомного газа равна $2{,}5R$, определим искомое количество теплоты:

$$Q_{41} = 2{,}5R\left(T_1 - T_4\right) = 2{,}5RT_1\left(1 - 1/k\right).$$

5. Обозначим количество теплоты, которым обменивается газ с нагревателем или холодильником при переходе из точки i в точку j, через Q_{ij} и будем считать, что $Q_{ij} > 0$, если газ получает тепло, и $Q_{ij} < 0$, если он отдает тепло. На участках *2—3* и *4—1* цикла Карно изменение состояния газа происходит адиабатически, т.е. без теплообмена с окружающими телами. На участке *1—2* объем газа увеличивается изотермически; следовательно, на этом участке газ должен получать тепло от нагревателя. На участке *3—4* над газом совершается работа без изменения его внутренней энергии; следовательно, на этом участке газ должен отдавать тепло холодильнику. В первом цикле при переходе из точки *2* к точке *4* газ отдает тепло. Поэтому из первого закона термодинамики и определения КПД тепловой машины следует, что

$$\eta_1 = \frac{Q_{12} + Q_{34}}{Q_{12}},\quad \eta_2 = \frac{Q_{12} + Q_{24}}{Q_{12}}.$$

Во втором цикле при переходе из точки *4* в точку *2* газ совершает работу и его внутренняя энергия увеличивается, поэтому КПД второго цикла равен

$$\eta_3 = \frac{Q_{42} + Q_{34}}{Q_{42}}.$$

Из первых двух соотношений следует, что

$$\frac{Q_{34}}{Q_{24}} = \frac{\eta_1 - 1}{\eta_2 - 1},$$

а третье соотношение можно представить в виде

$$\frac{Q_{34}}{Q_{42}} = \eta_3 - 1.$$

Поскольку $Q_{24} = -Q_{42}$, искомый КПД равен

$$\eta_3 = \frac{\eta_1 - \eta_2}{1 - \eta_2}.$$

6. Пусть, для определенности, заряд шариков положителен ($q > 0$) и $2b < L$. Тогда в положении устойчивого равновесия стержень должен располагаться по отношению к силовым линиям электрического поля так, как показано на рисунке 8 пунктирной линией, поскольку действие сил тяжести на шарики уравновешивается силами реакции стержня, а сам стержень закреплен на вертикальной оси. Сплошной линией на этом рисунке показано положение стержня после его отклонения на угол α. Будем считать, что на стержень и шарики силы трения не действуют. Если, как это обычно и делается,