тикали вверх), где $\omega = \sqrt{k/m}$ – круговая частота колебаний.

В начальный момент пружина не деформирована; следовательно, в этот момент ускорение груза равно ускорению свободно падающего тела: $a_x = -g$ и максимально по величине. Максимальная скорость достигается при прохождении грузом положения равновесия. Амплитуда V колебаний скорости связана с амплитудой A колебаний ускорения соотношением $V = A/\omega$. Отсюда

$$V = g\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

После прохождения положения равновесия ускорение груза направлено вверх, растет по величине и достигает при остановке максимального значения $a_x = g$. Из второго закона Ньютона $ma_x = F_x + mg_x$ находим максимальную величину силы упругости пружины:

$$F = mg - (-mg) = 2mg.$$

Задача 2. *В известном опыте академик А.Ф.Иоффе для определения амплитуды колебаний ножки камертона подносил к ней стальной шарик на нити вплоть до соприкосновения шарика с ножкой (рис.3). Найдите амплитуду X колебаний ножки камертона, если максимальная высота подъема шарика после одного отскока (точнее – ее среднее значение при многочисленных опытах) равна H. Частота колебаний ножки камертона ν. Масса шарика мала по сравнению с массой ножки камертона.*

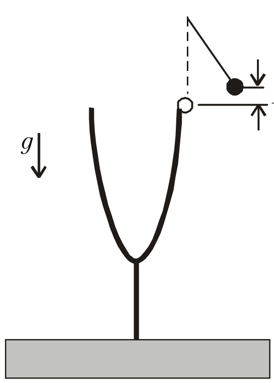

Рис. 3

Найдем величину скорости, которую приобретает легкий неподвижный шарик в результате абсолютно упругого соударения с массивной ножкой камертона, движущейся со скоростью $\vec{V}$. Покоящийся относительно неподвижной (лабораторной) системы отсчета шарик движется относительно такой ножки со скоростью $-\vec{V}$. В результате абсолютно упругого соударения относительная скорость шарика меняет знак и становится равной $\vec{V}$. Тогда скорость шарика в неподвижной системе отсчета, равная векторной сумме скорости ножки и относительной скорости шарика, будет равна $2\vec{V}$. Максимальная высота подъема шарика достигается при максимальной начальной скорости, которая для ножки камертона равна $X\omega$, а для шарика – соответственно, $2X\omega$. По закону сохранения полной механической энергии,

$$\frac{m(2X\omega)^2}{2} = mgH,$$

где m – масса шарика. Отсюда, с учетом соотношения $\omega = 2\pi\nu$, находим искомую амплитуду колебаний:

$$X = \frac{1}{2\pi\nu}\sqrt{\frac{gH}{2}}.$$

Задача 3. *На массивной чашке пружинных весов лежит маленький грузик. Масса чашки m_1, масса грузика пренебрежимо мала. К дну чашки подвешен груз массой m_2 (рис.4). Вся система находится в равновесии. Нить, на которой подвешен груз, пережигают. При каком соотношении между m_1 и m_2 грузик на чашке начнет подскакивать?*

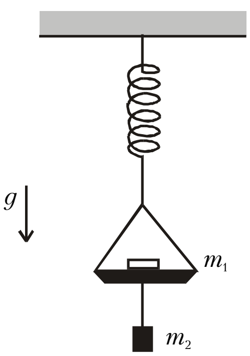

Рис. 4

После отрыва груза массой m_2 положение равновесия системы сместится вверх на $X = m_2g/k$, где k – жесткость пружины. Колебания смещения x чашки относительно нового положения равновесия будут происходить по гармоническому закону $x(t) = X\cos\omega t$ с круговой частотой $\omega = \sqrt{k/m_1}$ (ось OX направлена по вертикали вниз). В процессе подъема чашки с грузом после прохождения положения равновесия ускорение направлено вниз, растет по величине и достигает наибольшего значения

$$A = \omega^2 X = \frac{kX}{m_1} = \frac{m_2 g}{m_1}.$$

Если $A < g$, т.е. $m_2 < m_1$, при движении чашки вниз грузик будет оставаться на ней. Если $A > g$, т.е. $m_2 > m_1$, грузик оторвется от чашки (до того, как чашка остановится).

Задача 4. *Математический маятник длиной L совершает колебания в вертикальной плоскости с малой угловой амплитудой. Для увеличения амплитуды колебаний нить при каждом прохождении положения равновесия укорачивают на малую величину ΔL, вытягивая ее через узкое отверстие в месте подвеса (рис.5), а в каждом крайнем положении нить удлиняют на ту же величину ΔL. Нить удлиняют и укорачивают таким образом, что за время одного изменения длины сила натяжения остается постоянной по величине. Найдите относительное увеличение амплитуды колебаний угла отклонения нити от вертикали за один период.*

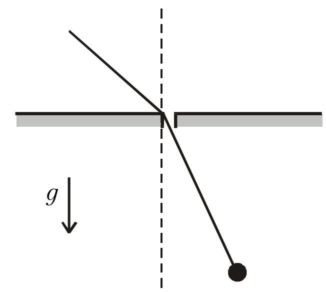

Рис. 5

При прохождении маятником положения равновесия внешняя сила поднимает грузик на ΔL и совершает при этом работу

$$\left(\frac{mV^2}{L} + mg\right)\Delta L,$$

где m – масса грузика, V – его максимальная скорость. В крайних положениях, при которых угол отклонения нити от вертикали равен $\pm A$, длина маятника увеличивается на ΔL. В этом случае работа внешней силы равна $-mg\Delta L\cos A$. В течение каждого периода длина маятника дважды увеличивается и уменьшается. Таким образом, приращение энергии маятника за период колебаний составляет

$$\Delta W = 2\left(\frac{mV^2}{L} + mg(1 - \cos A)\right)\Delta L,$$

или, поскольку рассматриваются малые колебания, т.е. угол A мал и $\cos A = 1 - A^2/2$,

$$\Delta W = 2\left(mg\Delta L\frac{A^2}{2} + \frac{mV^2}{L}\Delta L\right).$$

Амплитуда колебаний скорости V свя-