

конденсатора. Мы можем объединить обкладку и прилегающую к ней поверхность диэлектрика в единую заряженную плоскость, заряд которой равен

$$Q' = Q - Q_s = \frac{Q}{\epsilon}.$$

Но тогда вся наша система зарядов представляет собой две плоскости с зарядами  $Q'$  и  $-Q'$ , расположенные на расстоянии  $d$  друг от друга. А это просто воздушный конденсатор емкостью  $C_0$ , несущий заряд  $Q'$ . Но его энергия равна

$$W = \frac{Q'^2}{2C_0} = \frac{Q^2}{2\epsilon^2 C_0}, \quad (4)$$

что в  $\epsilon$  раз меньше результата (1).

**Антон.** Подождите, почему конденсатор оказался вдруг воздушным? В нем же диэлектрик, и его емкость не  $C_0$ , а  $\epsilon C_0$ .

**Володя.** Нет-нет, здесь мы должны взять именно  $C_0$ . Наличие диэлектрика мы уже учли, когда к заряду конденсатора добавили величину  $Q_s$ . Ведь все влияние, которое диэлектрик оказывает на электростатические явления, сводится к действию его связанных зарядов. Разве не так мы считаем, когда вычисляем электрическое поле в диэлектрике? Учтя связанные заряды, мы имеем полное право про диэлектрик забыть. Более того, мы просто обязаны это сделать. Иначе один и тот же фактор – наличие диэлектрика – мы учтем два раза. Согласны?

**Учитель.** Гм... Звучит убедительно. Действительно, прибавив ко всем зарядам нашей системы связанные заряды, возникающие на поверхности диэлектрика, мы вычисляем их электрическое поле так, как если бы они находились в вакууме. Именно так составлено уравнение (2), из которого Володя нашел величину  $Q_s$ . Но вот можно ли поступать так же при вычислении энергии этих зарядов? Это совсем не очевидно. В любом случае из ответов (1) и (4) может быть верен только один! В своем рассуждении я абсолютно уверен – там просто негде допустить ошибку. Мы честно вычислили работу, затраченную при заряде конденсатора. Вся эта работа и пошла на изменение его энергии – куда же еще?

А вот в Володином рассуждении есть скользкий момент. Вычисляя энергию, он добавил к зарядам обкладок связанные заряды диэлектрика, после чего диэлектрик выбросил вообще, заявив, что на энергии системы это никак не отразится.

**Володя.** А разве это неправда? Ведь электростатическая энергия может быть связана только с зарядами. В глубине

диэлектрика макроскопических зарядов нет – они возникают только на поверхности, а эти поверхностные заряды мы учли.

**Учитель.** Это так. Но наш диэлектрик *поляризован*. Если это неполярный диэлектрик, то при поляризации положительные и отрицательные заряды молекул смещаются в противоположные стороны. Для того чтобы растянуть молекулы диэлектрика, требуется совершить некоторую работу, которую логично назвать энергией поляризованного диэлектрика. И совсем не факт, что эта энергия совпадает с энергией электростатического взаимодействия связанных зарядов, возникающих при этом на поверхности нашей пластины.

**Володя.** Разве? А мне кажется, что это ровно она и есть. Работа, совершаемая при поляризации пластины, как раз и идет на создание связанных зарядов  $Q_s$  и  $-Q_s$ .

**Учитель.** Знаете, у меня есть предложение. Поскольку корень наших разногласий – диэлектрик (его энергия), логично будет рассмотреть проблему в чистом виде, избавившись от конденсатора. Представим себе, что мы выдержали нашу пластину из конденсатора, причем сделали это настолько быстро, что заряды внутри нее не успели сместиться – состояние поляризации осталось прежним. Через некоторое (очень малое) время диэлектрик, конечно же, утратит поляризацию – ведь внешнее электрическое поле отсутствует. При этом энергия, которой он обладал, перейдет в тепло. Как найти эту энергию?

**Антон.** Я догадываюсь, что скажет Володя. Наша система состоит теперь из двух плоскостей связанных зарядов  $\pm Q_s$ , расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга. По сути, это тот же конденсатор емкостью  $C_0$ , только заряженный зарядом  $Q_s$ . Его энергия равна

$$W_d = \frac{Q_s^2}{2C_0}. \quad (5)$$

**Володя.** Да, я бы искал энергию диэлектрика именно так.

**Учитель.** Отлично, а теперь смотрите, как сделал бы я. Предположим, мне удалось тем или иным способом поляризовать нашу пластину, причем так, что больше никаких изменений в окружающем мире не произошло. Например, возьмем за каждую молекулу руками и растяну ее до нужного состояния (напомню, что речь идет о неполярном диэлектрике). Работа, которую я при этом совершу, будет запасена в диэлектрике в виде энергии  $W_d$ . После этого вставлю поляризованную пластину в *незаряженный* конденсатор и нач-

ну его заряжать. Заряды диэлектрика при этом буду удерживать на месте, не позволяя поляризации измениться. Какую работу мне придется совершить, чтобы зарядить конденсатор до заряда  $Q$ ? Разность потенциалов, которую проходит каждая порция заряда  $\Delta Q_i$ , теперь складывается из двух частей. Одна из них создается связанными зарядами диэлектрика  $\pm Q_s$  и равна  $U_s = -\frac{Q}{C_0}$ . Другая создается зарядами обкладок конденсатора  $\pm Q_i$ , которые они имеют перед переносом порции  $\Delta Q_i$ :  $U_i = \frac{Q_i}{C_0}$ . Полная работа при переносе заряда равна

$$A = \sum_i (U_s + U_i) \Delta Q_i = -\frac{Q_s}{C_0} \sum_i \Delta Q_i + \sum_i U_i \Delta Q_i = -\frac{Q_s Q}{C_0} + \frac{Q^2}{2C_0}.$$

Зарядив конденсатор, я могу отпустить молекулы диэлектрика – в поляризованном состоянии их будет удерживать поле обкладок. Верну теперь систему в исходное состояние, переносим порцию заряда обратно. Поляризация диэлектрика будет при этом меняться вместе с полем обкладок – ведь заряды молекул никто не держит. По сути, я буду разряжать обычный конденсатор с диэлектриком, емкость которого  $\epsilon C_0$ . Энергию, выделившуюся при разряде, легко найти. Для этого нужно сделать такой же расчет, как при вычислении  $W_0$ , но только вместо емкости  $C_0$  надо взять  $\epsilon C_0$ . Можно сразу сказать, каким будет результат?

**Антон.** Конечно, его дает формула (1).

**Учитель.** Совершенно верно. Но, поскольку все вернулось в начальное состояние, эта энергия должна быть равна суммарной работе, затраченной при зарядке:  $W_d + A = W$ , откуда мы и найдем энергию диэлектрика:

$$W_d = W - A = \frac{\epsilon Q_s^2}{2(\epsilon - 1)C_0}. \quad (6)$$

**Володя.** Ну вот, опять два разных ответа – (5) и (6). И непонятно, какой из них правильный.

**Антон.** Послушайте, я, кажется, понял, как разрешить наши сомнения! Энергию  $W_d$  мы сможем найти, если вычислим работу по растяжению одной молекулы диэлектрика, а потом умножим на число молекул.

**Володя.** Ну, это очень сложно. Нужно представлять себе внутреннее устройство молекулы, ее электронных оболочек, а для этого, говорят, нужна квантовая механика. Вряд ли нам это