Верхний конденсатор разряжается током 1 мА, а нижний – суммой токов 1 мА + 2 мА, т.е. в 3 раза большим током. Но при заданных в задаче напряжениях и емкостях отношение зарядов конденсаторов также равно 1:3, поэтому они будут разряжаться, все время сохраняя это отношение зарядов. Значит, соотношение между токами резисторов сохранится равным

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2},$$

а отношение мощностей составит

$$\frac{I_1^2 R_1}{I_2^2 R_2} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$$

Полное количество теплоты равно сумме начальных энергий конденсаторов, распределение же энергии между резисторами определяется отношением мощностей. Окончательно получим

$$W_1 = \frac{5}{11} W = \frac{5}{11}\left(\frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{C_2 U_2^2}{2}\right) = 20 \text{ мкДж},$$

$$W_2 = \frac{6}{11} W = 24 \text{ мкДж}.$$

З.Рафаилов

Ф1667. *К сети переменного напряжения частоты 50 Гц подключены последовательно конденсатор емкостью 10 мкФ и амперметр переменного тока. Последовательно с ними включают катушку. При какой индуктивности катушки показания амперметра увеличатся в два раза? При какой индуктивности показания уменьшатся в два раза? Как изменятся токи, если катушки с вычисленными вами параметрами подсоединять не последовательно, а параллельно конденсатору? Элементы цепи считать идеальными.*

Это – несложная задача. Ток в цепи с конденсатором равен

$$I_1 = \frac{U}{X_C} = U\omega C.$$

Если последовательно с конденсатором включить катушку индуктивностью L, амперметр покажет ток

$$I_2 = \frac{U}{\left|X_C - X_L\right|} = \frac{U}{\left|1/(\omega C) - \omega L\right|}.$$

Для удвоенного тока есть две возможности. В первом случае

$$\frac{1}{\omega C} - \omega L_1 = \frac{1}{2\omega C},$$

откуда получаем

$$\omega^2 L_1 C = 0{,}5, \text{ и } L_1 = \frac{1}{2\omega^2 C} \approx 0{,}5 \text{ Гн}.$$

Во втором случае

$$\omega L_2 - \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\omega C},$$

откуда

$$\omega^2 L_2 C = 1{,}5, \text{ и } L_2 = 3L_1 \approx 1{,}5 \text{ Гн}.$$

Для половинного тока есть только один вариант:

$$\omega L_3 - \frac{1}{\omega C} = \frac{2}{\omega C},$$

откуда находим

$$\omega^2 L_3 C = 3, \; L_3 = 6L_1 \approx 3 \text{ Гн}.$$

В случае параллельного включения катушек проведем расчет в общем случае, а затем подставим вычисленные значения индуктивностей. Ток в цепи будет равен

$$I = \frac{U}{X_L} - \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\omega L} - U\omega C = \\ = U\omega C\left(\frac{1}{\omega^2 LC} - 1\right) = I_1\left(\frac{1}{\omega^2 LC} - 1\right).$$

Для индуктивности L_1 получится ток $I_1\left(1/\left(\omega^2 L_1 C\right) - 1\right) = I_1$, для L_2 получится ток $I_1/3$, для L_3 – ток $2I_1/3$.

М.Учителев

Гауссовы суммы

В.СЕНДЕРОВ, А. СПИВАК

Правильные многоугольники

Проведем векторы из центра O правильного n-угольника во все его вершины $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (на рисунке 1 $n = 7$). Получим систему векторов, сумма которых равна нулю:

$$\vec{OA_1} + \vec{OA_2} + \ldots + \vec{OA_n} = \vec{0}. \qquad (1)$$

Доказательство равенства (1) очень простое: если бы сумма не равнялась нулю, то при повороте каждого из векторов на угол $360°/n$ сумма должна была бы одновременно и повернуться на угол $360°/n$, и остаться неизменной, поскольку при повороте векторы переходят «по циклу» друг в друга.

Неудивительно, что равенство (1) используется во многих задачах планиметрии (см., например, статью «Вписанные многоугольники», в этом номере журнала). Немецкий математик К.Ф.Гаусс (1777–1855) в трактате «Арифметические исследования», опубликованном в 1801 году, рассмотрел более сложные, чем (1), формулы. Неожиданным образом они оказались очень важны для теории чисел. Соответствующие суммы векторов получили название «гауссовых сумм». Рассказу о них и посвящена статья.

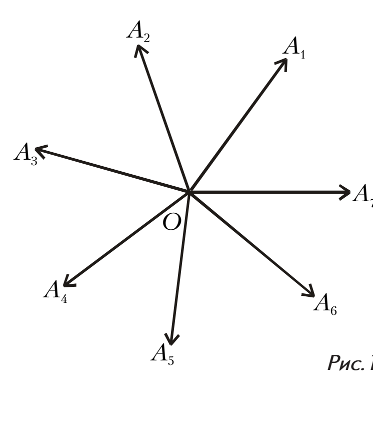

Рис. 1

Задача М1648

Начнем с задачи «Задачника «Кванта».

М1648. *Из центра правильного многоугольника, вписанного в ок-*