угла β. Проведем линию BD параллельно OF. Угол CBD равен $\beta/2$. Из треугольника CBD

$$\operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \frac{FC - OB}{F} = \frac{(F-a)\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{F}.$$

Отсюда

$$\beta = 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{рад}.$$

Вариант 2

1. 1) $a = \frac{g}{6}(1-4\mu) = \frac{g}{15} = 0{,}65\ \text{м/с}^2$; 2) $v = \sqrt{\frac{3-8\mu}{12}gL} \approx 1\ \text{м/с}$.

2. $E_{\text{вр}} = \frac{\alpha}{\alpha+1}pV = 4{,}8 \cdot 10^6\ \text{Дж}$.

3. 1) $q_{30} = \frac{\varepsilon_0 S\mathrm{E}}{d}$; 2) $q_3 = \frac{q_0}{2} + \frac{\varepsilon_0 S\mathrm{E}}{d}$.

4. 1) $I = U_0\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$; 2) $U_m = U_0\sqrt{\frac{L_2}{L_1+L_2}}$.

5. 1) $b = -\frac{LF}{2L+F} = -0{,}45F$; 2) $v_{\text{из}} = 0{,}1A\sqrt{\frac{k}{m}}$.

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОНИКИ И МАТЕМАТИКИ

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. $\{-2\}\cup(-2/3;\ 3]$. **2.** $7/3$; 83.

3. $-\frac{\pi}{3}+\pi n$; $-\frac{\pi}{4}+\pi n$; πn, $n \in \boldsymbol{Z}$. *Указание.* Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} 4\sin 4x + \operatorname{tg} x = \pm\operatorname{tg} x, \\ \operatorname{tg} x \le 0. \end{cases}$$

4. 144. *Указание.* Из условия следует, что проекцией вершины S на плоскость основания служит центр окружности, вписанной в треугольник ABC, а высота пирамиды равна радиусу этой окружности.

5. Да; $[-1/4;\ 1]$. *Указание.* Достаточно выяснить, при каких значениях a имеет корни уравнение $f(x) = a$. Или, что то же самое, уравнение

$$\sqrt{3}\cos x - a\sin x = 3a - 1,$$

или уравнение

$$\cos(x+\varphi) = \frac{3a-1}{\sqrt{a^2+3}},$$

где $\varphi = \arcsin\frac{a}{\sqrt{a^2+3}}$.

Вариант 2

1. $(-1;\ 1)$. **2.** $\frac{7\pi}{6}+2\pi n$; $\frac{3\pi}{4}+\arcsin\frac{\sqrt{2}}{4}+2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$.

3. $\frac{5a-4 \pm \sqrt{3a^2-40a+28}}{2(1-a^2)}$ при $a \in (-\infty;\ -1)\cup(-1;\ 2/3)\cup(2/3;\ 1)\cup(1;\ 14/13)\cup(2;\ 3)\cup(3;\ \infty)$; $1/3$ при $a = -1$; $9/5$ при $a = 2/3$; -3 при $a = 1$; $-13/3$ при $a = 14/13$; $-3/8$ при $a = 3$. *Указание.* Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} (a^2-1)x^2 + (5a-4)x + 3 = 0, \\ x+1 \ne 0; \quad ax+2 \ne 0. \end{cases}$$

Если $a = 1$, то $x = -3$. При $a = -1$ получаем $x = 1/3$. Дискриминант квадратного уравнения положителен при $a < 14/13$ и $a > 2$, так что уравнение имеет 2 корня, из которых необходимо выбрать корни, удовлетворяющие остальным условиям системы. При $a = 14/13$ единственный корень $x = -13/3$; если же $a = 2$, то $x = -1$ – не удовлетворяет системе.

4. $\frac{4}{9}\sqrt{2}$. *Указание.* Проведите плоскость через высоту пирамиды и середину F ребра CD. Эта плоскость пересекает секущую плоскость по прямой. Расстояние от точки F до этой прямой равно расстоянию от точки D до секущей плоскости.

5. $(0;\ 3/7)\cup\{1/2\}$. *Указание.* После замены $u = \sqrt{x+2}$ задача сводится к отысканию тех значений a, при которых уравнение $au^2 - u + 7a - 3 = 0$ имеет единственный неотрицательный корень.

ФИЗИКА

1. $s = (2v_0^2\operatorname{tg}\alpha)/(g\cos\alpha) = 57$ м; $H = (v_0^2\sin\alpha\operatorname{tg}\alpha)/(2g) = 7{,}1$ м.

2. $T = 2\pi A(M+m)/(mv) = 1{,}3$ с.

3. $v = \sqrt{(v_1^2+v_2^2)/2} = 450$ м/с. **4.** $\Delta h = h_1(1 + h_2/H) = 5{,}0$ см.

5. $\varphi = Er = 15$ кВ; $q = 4\pi\varepsilon_0 Er^2 = 8{,}3$ нКл.

6. $\eta_1 = P_1I_2(I_2-I_1)/(P_1I_2^2 - P_2I_1^2) = 83\%$,

$\eta_2 = P_2I_1(I_2-I_1)/(P_1I_2^2 - P_2I_1^2) = 63\%$;

$I_0 = (P_1I_2^2 - P_2I_1^2)/(P_1I_2 - P_2I_1) = 60$ А.

7. $t = T/8$. **8.** $\Delta\varphi = 2\pi\nu L/c = \pi/5$.

9. $n = 1\Big/\sqrt{\sin^2\beta_1 + \sin^2\beta_2} = 1{,}5$.

10. $N = 4\pi\varepsilon_0 rhc(\lambda_1-\lambda_2)/(\lambda_1\lambda_2e^2) = 4{,}3\cdot 10^7$.

МОСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. $\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. *Указание.* Не забудьте учесть условия $1 + \cos x > 0$, $\sin x > 0$, $\sqrt{2}\sin x \ne 1$.

2. $\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. *Указание.* Обозначив $y = \log_{0,5} x$, рассмотрите два случая: $y < 2$ и $y > 2$.

3. 456 ц.

4. $\frac{\sqrt{2}}{16}a^2$. *Указание.* Первый способ: сравните сечение с ΔABQ, где Q – середина CM; второй способ: примените формулу Герона.

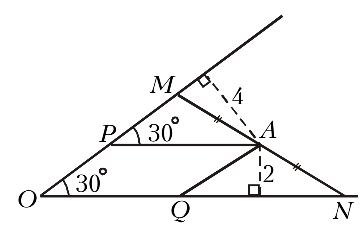

Рис. 13

5. 32 см^2. *Указание.* Проведите AP и AQ параллельно сторонам угла (рис.13), затем докажите, что минимум $S_{\Delta OMN}$ достигается в случае равенства треугольников PMA и QAN.

Вариант 2

1. $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. *Указание.* Не забудьте учесть условия $\operatorname{ctg} x > 0$, $\operatorname{ctg} x \ne 1$, $\sin x \ne 0$, $\cos x < 0$, из которых, в частности, следует, что $\sin x < 0$.