

Эти значения удалось подтвердить непосредственно проверкой, «построив» функцию (16). И в этом помогли законы сохранения. Исследовали неупругое рассеяние нейтронов гелием вблизи абсолютного нуля температуры (1961–1964 гг.). Неупругое рассеяние – это рассеяние, при котором нейтрон теряет (или приобретает) энергию. Остановимся на рассеянии с потерей энергии.

На что нейтрон расходует энергию, пролетая через гелий? На «рождение» фонона. Значит, согласно законам сохранения,

$$E(\vec{P}) = E(\vec{P}') + \epsilon(p), \quad \vec{P} = \vec{P}' + \vec{p},$$

или

$$\epsilon(\vec{P} - \vec{P}') = E(\vec{P}) - E(\vec{P}'). \quad (19)$$

Здесь \vec{P} и $E(\vec{P})$ – импульс и энергия нейтрона до рассеяния, \vec{P}' и $E(\vec{P}')$ – после. Так как $E(\vec{P}) = \frac{P^2}{2m_n}$, а $\vec{P} = m_n \vec{v}$ (m_n – масса нейтрона), то, зная скорость рассеиваемых нейтронов и измерив скорость нейтрона, рассеянного под определенным углом θ , можно определить и величину $|\vec{P} - \vec{P}'| = \sqrt{P^2 + P'^2 - 2PP' \cos \theta}$, и разность энергий нейтронов, равную энергии фонона. Измерения с большой точностью подтвердили найденные значения.

Теперь есть возможность сформулировать критерий сверхтекучести. Мы покажем, что вид зависимости $\epsilon = \epsilon(p)$ (формула 16), изображенной на рисунке 5, свидетельствует: если скорость течения жидкости гелия меньше некоторого критического значения $v_{кр}$, то при взаимодействии со стенкой капилляра в жидкости не может «зародиться» фонон. А это означает, что энергия движения жидкости не может превратиться в тепловую энергию. Следовательно, при $v < v_{кр}$ жидкий гелий течет без трения – осуществляется сверхтекучесть.

Пусть по капилляру со скоростью $-v$ течет гелий при $T < 2,19$ К. Перейдем в систему координат, в которой гелий покоится; капилляр движется относительно гелия со скоростью \vec{v} . Предположим, что «ро-

дился» фонон (мы найдем условие, когда такой процесс возможен). В этом случае должны быть выполнены законы сохранения

$$\frac{P^2}{2M} = \frac{P'^2}{2M} + \epsilon(p), \quad \vec{P} = \vec{P}' + \vec{p}, \quad (20)$$

где $\vec{P} = M \vec{v}$ – импульс капилляра, M – его масса, остальные обозначения прежние. Подставим вместо \vec{P}' его значение, возведем в квадрат и получим

$$\vec{v} \vec{P} = \epsilon(p). \quad (21)$$

Мы отбросили квадратичный по p член. Он так мал, что его можно было бы не упоминать: ведь M – масса капилляра, а энергия $\epsilon(p)$, с которой надо сравнить это слагаемое, – энергия одного фонона.

Равенство (21) может быть выполнено, если существует направление – угол θ , куда будет двигаться «родившийся» фонон:

$$\cos \theta = \frac{\epsilon(p)}{pv}.$$

Следовательно, скорость v должна превосходить минимальное значение ϵ/p . Таким образом, фонон может «родиться», если

$$v > \min \frac{\epsilon(p)}{p},$$

и не может «родиться», если

$$v < \min \frac{\epsilon(p)}{p},$$

т.е.

$$v_{кр} = \min \frac{\epsilon(p)}{p}. \quad (22)$$

Если $\min \frac{\epsilon(p)}{p} = 0$, то никакой сверхтекучести нет: при любой скорости течения энергия течения превращается в тепловую. Если $v_{кр} \neq 0$, то при $v < v_{кр}$ жидкость течет без трения: энергия течения не может превратиться в тепло.

Нетрудно убедиться, что зависимость $\epsilon = \epsilon(p)$, изображенная на рисунке 5, приводит к $v_{кр} \neq 0$. Значение $v_{кр}$ легко найти графически: оно определяется тем значением $p = p^*$, при котором касательная к кривой $\epsilon = \epsilon(p)$, как показано на рисунке 5, есть прямая, вышедшая из начала координат (те, кто умеют дифференцировать, легко могут в этом убедиться).

Зависимость $\epsilon = \epsilon(p)$ называют спектром гелия. Критерий сверхтекучести Ландау утверждает, что жидкость может быть сверхтекучей, если ее спектр удовлетворяет условию

$\min \frac{\epsilon(p)}{p} \neq 0$. Этот критерий может быть применен не только к гелию. Например, он сыграл важную роль в понимании природы сверхпроводимости.

Надо признаться, что трудно достичь значения критической скорости, вычисленной по формуле (22), – ее значение порядка 60 м/с. Обычно сверхтекучее движение «срывается» из-за возникновения турбулентности – завихрений, которые сравнительно легко появляются в отсутствие вязкости. Но если бы $\min \frac{\epsilon(p)}{p} = 0$, то ни при какой скорости невозможно было бы сверхтекучее течение.

Заключение

Среди подарков, врученных Л.Д.Ландау в день его пятидесятилетия в 1958 году, были «Скрижали»: две мраморные доски, на которых воспроизведены Заповеди Ландау – десять (как положено заповедям) классических формул, выведенных Ландау. Их от имени Института атомной энергии подарил юбиляру академик Исаак Константинович Кикоин. Среди Заповедей под номером 7 – знакомая нам кривая и формулы, ее описывающие.

В тот же день Илья Михайлович Лифшиц (он был известным филателистом) от имени харьковских физиков вручил Ландау «конверт первого дня» – почтовый конверт с маркой, якобы выпущенные в Дании, на родине Нильса Бора, которого Ландау считал своим учителем. На конверте – та же кривая.

Когда создавалась книга «Воспоминания о Л.Д.Ландау» (М.: Наука, 1988), составители в Приложении поместили фотографии «Скрижалей» с комментарием И.К.Кикоина (из журнала «Природа» №1 за, 1968 г.). В комментарии к Заповеди 7 читаем: «Одна из наиболее блестящих работ Ландау – теория сверхтекучести гелия II. Работы Ландау в этой области не только объяснили загадочное явление, впервые открытое П.Л.Капицей, но определили создание нового раздела теоретической физики – физики квантовых жидкостей».

Оказываясь, воспользовавшись законами сохранения, можно понять природу сверхтекучести – способности жидкости протекать по тонким капиллярам без вязкости.