

программу, что ладья обойдет все доступные поля в лабиринте при любом выборе Вовочки?

В.Уфнаровский, А.Шаповалов

M1658. Обозначим $S(x)$ сумму цифр числа x . Существуют ли такие натуральные числа a , b и c , что $S(a + b) < 5$, $S(a + c) < 5$ и $S(b + c) < 5$, но $S(a + b + c) > 50$?

С.Волченков, Л.Медников

M1659*. Фигура Φ , составленная из клеток 1×1 , обладает следующим свойством: при любом заполнении клеток прямоугольника $m \times n$ числами, сумма которых положительна, фигуру Φ можно так расположить в прямоугольнике, чтобы сумма чисел в клетках прямоугольника под фигурой Φ была положительна (фигуру Φ можно поворачивать). Докажите, что данный прямоугольник может быть покрыт фигурой Φ в несколько слоев.

А.Белов

M1660*. В стране 1998 городов. Из каждого осуществляются беспосадочные авиарейсы в три других города (все рейсы двусторонние). Известно, что из любого города, сделав несколько пересадок, можно долететь до любого другого. Министерство Безопасности хочет объявить закрытыми 200 городов, никакие два из которых не соединены авиалинией. Докажите, что это можно сделать так, чтобы можно было долететь из любого незакрытого города в любой другой, не делая пересадок в закрытых городах.

Д.Карпов, Р.Карасев

Ф1658. Из четырех одинаковых тонких стержней длиной L каждый сделали ромб, скрепив их концы шарнирно (рис.2). Шарнир A закреплен, противоположный шарнир B двигают вдоль диагонали ромба с постоянным ускорением a . Вначале упомянутые противоположные вершины находятся близко друг к другу, а скорость точки B равна нулю. Какое ускорение будет иметь шарнир V в тот момент, когда стержни AB и VB составят угол 2α ? Считайте движение всех точек плоским.

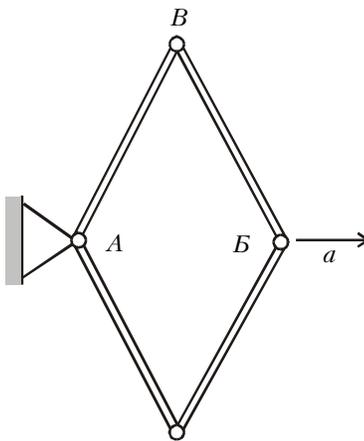


Рис.2

З.Рафаилов

Ф1659. Тележка массой m движется по горизонтально расположенным рельсам со скоростью v (рис.3). Рельсы дальше идут вниз и плавно переходят в новый горизонтальный участок, находящийся на H ниже. Тележка наезжает на неподвижный вагон массой M , стоящий на нижнем горизонтальном участке, и между тележкой и вагоном происходит абсолютно упругий удар. При какой начальной скорости v тележка

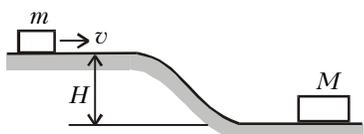


Рис.3

после удара вновь сможет подняться на верхний горизонтальный участок? Трение отсутствует.

А.Зильберман

Ф1660. На гладкий горизонтально расположенный стержень надеты две одинаковые шайбы массой M каждая, связанные легкой нерастяжимой нитью длиной $2L$ (рис.4). К середине нити привязан груз массой $2M$, который вначале удерживают так, что нить не натянута, но практически не провисает. Груз отпускают, и система приходит в движение без рывка. Найдите максимальные значения скоростей шайб и груза в процессе движения. Ускорение свободного падения g .

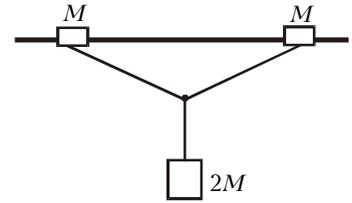


Рис.4

А.Зильберман

Ф1661. На гладком горизонтальном столе находятся три одинаковые тележки, масса каждой тележки M (рис.5). Средняя тележка связана с одной из крайних легкой нитью, а с другой – легкой пружинкой жесткостью k . Вначале систему удерживают так, что пружинка не деформирована, а нить не натянута, но практически не провисает. Толчком придадим «подпружиненной» крайней тележке скорость v вдоль прямой, соединяющей тележки, в направлении от средней.

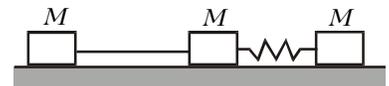


Рис.5

При какой длине нити удар тележек, которые были связаны этой нитью, получится громче всего? Тележки все время двигаются вдоль прямой, пружинка при деформациях подчиняется закону Гука.

Р.Александров

Ф1662. В вертикальном теплоизолированном сосуде под тяжелым поршнем находится порция азота. На поршне сверху лежит гряда песка, система находится в равновесии, начальный объем газа V_1 , начальное давление p_1 . Начнем медленно, по одной песчинке, убирать песок и уменьшим давление до p_2 ; при этом объем газа увеличится до V_2 (конечно, можно было этот объем вычислить, но будем считать, что это уже сделали и вам сообщили результат). Теперь проведем эксперимент иначе – снимем всю порцию песка сразу. Какую кинетическую энергию имел бы в этом случае поршень в тот момент, когда объем газа составил бы V_2 ? Считайте газ достаточно разреженным.

М.Учителев

Ф1663. На закрепленную тонкостенную непроводящую сферу радиусом R нанесен распределенный равномерно по поверхности заряд Q . В стенке сделано маленькое круглое отверстие площадью S . В центре сферы вначале удерживают очень маленькое по размерам массивное тело, на которое помещен заряд q того же знака, что и заряд сферы. Тело отпускают, и оно начинает двигаться под действием только электростатических сил (сила тяжести отсутствует). Объясните, почему тело будет двигаться в сторону дырки. Найдите кинетическую энергию тела, когда оно окажется в центре дырки. Точно вычис-