

ружности, по которой движется кабриолет, примерно в два раза больше расстояния от точки поворота до столба: у цилиндрического зеркала фокусное расстояние в два раза меньше радиуса его кривизны.

Максимальное центростремительное ускорение, сообщаемое силой трения, не может превосходить μg , т.е. заведомо меньше ускорения свободного падения. Обозначив скорость кабриолета через v и предполагая, что кабриолет двигался по окружности радиусом $r = 20$ футов, получим

$$g > \mu g = \frac{v^2}{r}, \text{ откуда } v < \sqrt{gr} \approx 8 \text{ м/с} \approx 18 \text{ миль/ч.}$$

Холмс, как всегда, оказался прав!

3. Обозначим массы ртути, воды и спирта через m_p , m_b и m_c соответственно. Пусть S – площадь сечения U-образной трубки, а x – смещение ртути от положения равновесия. Тогда уравнение колебаний ртути в трубке будет иметь вид

$$m_p a = -2\rho_1 g x S,$$

откуда для периода колебаний ртути получаем

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_p}{2\rho_1 g S}}.$$

Если теперь записать уравнения колебаний для ртути и воды, а затем для ртути, воды и спирта, то получатся аналогичные соотношения, в которых под корнем в числителе будет стоять суммарная масса жидкостей, а знаменатель не изменится, потому что возвращающая сила обусловлена только перетеканием ртути из одного колена в другое. В итоге имеем

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_p + m_b}{2\rho_1 g S}}, \quad T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{m_p + m_b + m_c}{2\rho_1 g S}}.$$

Из написанных выражений для периодов находим

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{m_p + m_b}{m_p},$$

$$\frac{T_3^2}{T_2^2} = \frac{m_p + m_b + m_c}{m_p + m_b},$$

откуда после некоторых преобразований получаем

$$m_c : m_b : m_p = (T_3^2 - T_2^2) : (T_2^2 - T_1^2) : T_1^2.$$

4. В данном процессе газ получает тепло на участках AB и BC , а отдает тепло на участках CD и DA . Используя первое начало термодинамики и уравнение Менделеева – Клапейрона, найдем полученные количества теплоты:

$$Q_{AB} = \frac{3}{2} \nu R (T_B - T_A) = \frac{3}{2} (p_2 - p_1) V_1,$$

$$Q_{BC} = \frac{3}{2} \nu R (T_C - T_B) + p_2 (V_2 - V_1) = \frac{5}{2} p_2 (V_2 - V_1).$$

Работа, совершаемая газом за цикл, равна

$$A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1).$$

Отсюда для величины $1/\eta$, где η – КПД, имеем

$$\frac{1}{\eta} = \frac{Q_{AB} + Q_{BC}}{A} = \frac{3/2(p_2 - p_1)V_1 + 5/2 p_2(V_2 - V_1)}{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)} =$$

$$= \frac{3/2(p_2 - p_1)V_1 + 5/2 p_2(V_2 - V_1) + p_1 V_2 - p_1 V_2 + p_1 V_1 - p_1 V_1}{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)} =$$

$$= \frac{3/2 \Delta p V_1 + 5/2 \Delta V p_1 + 5/2 \Delta p \Delta V}{\Delta p \Delta V} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \frac{V_1}{\Delta V} + \frac{5}{2} \frac{p_1}{\Delta p}.$$

Здесь $\Delta p = p_2 - p_1$, $\Delta V = V_2 - V_1$. Видно, что максимальное значение КПД (минимальное значение $1/\eta$) достигается при $V_1 \ll \Delta V$ и $p_1 \ll \Delta p$. Графически это означает, что цикл

прижимается к началу координат pV -диаграммы. В пределе получаем

$$\frac{1}{\eta} \rightarrow \frac{5}{2}, \text{ и } \eta_{\max} = \frac{2}{5}.$$

5. Пусть лампа выделяет в окружающую среду мощность P , которая почти не изменяется со временем. Будем также считать, что изменения сопротивления лампы R и теплоемкости материала ее нити C малы. За малое время Δt в лампе выделяется тепловая энергия $\Delta Q = U_0^2/R \cos^2 \omega t \cdot \Delta t$, в окружающую среду уходит количество теплоты $P \Delta t$, а разность их уходит на изменение температуры нити на величину ΔT :

$$\left(\frac{U_0^2}{R} \cos^2 \omega t - P \right) \Delta t = C \Delta T,$$

или

$$\frac{U_0^2}{2R} + \frac{U_0^2}{2R} \cos 2\omega t - P = \frac{C \Delta T}{\Delta t}.$$

Так как средние значения $\cos 2\omega t$ и $\Delta T/\Delta t$ равны нулю (в среднем температура нити лампы постоянна), из последнего уравнения получаем

$$\frac{U_0^2}{2R} = P_{\text{cp}} \approx P.$$

Тогда имеем

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{U_0^2}{2RC} \cos 2\omega t, \text{ откуда } T = T_0 + \frac{U_0^2}{4\omega RC} \sin 2\omega t.$$

Значит, искомая амплитуда установившихся колебаний температуры равна

$$\Delta T = \frac{U_0^2}{4\omega RC}.$$

КВАНТ

НОМЕР ПОДГОТОВИЛИ

А.А.Егоров, Л.В.Кардасевич, С.П.Коновалов,
А.Ю.Котова, В.А.Тихомирова, А.И.Чернуцан

НОМЕР ОФОРМИЛИ

А.Н.Балдин, В.А.Иванюк, А.Е.Пацхверия,
М.М.Константинова, Д.Н.Гришукова,
П.И.Чернуский

ХУДОЖЕСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Е.В.Морозова

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРУППА

Е.А.Митченко, Л.В.Осипова

ЗАВЕДУЮЩАЯ РЕДАКЦИЕЙ

Л.З.Симакова

Журнал «Квант» зарегистрирован в Комитете РФ по печати.
Рег. св-во №0110473

Адрес редакции:

117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант»,
тел. 930-56-48

Отпечатано на Ордена Трудового Красного Знамени
Чеховском полиграфическом комбинате
Комитета Российской Федерации по печати
142300 г. Чехов Московской области
Заказ №