заряда q_1 с зарядами q_2 и q_3 также должна быть направлена по биссектрисе этого угла, но в другую сторону. А поскольку эти силы тоже направлены вдоль сторон треугольника, то они должны быть равны по модулю между собой и каждая из них должна быть равна T. Учитывая сказанное, а также соотношение $l_1 + l_2 + l_3 = l$, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} q_1 l_1^2 = q_2 l_2^2 = q_3 l_3^2, \\ l_1 + l_2 + l_3 = l, \end{cases}$$

решая которую, находим

$$l_1 = \frac{l}{\left(1 + \sqrt{q_1/q_2} + \sqrt{q_1/q_3}\right)},$$

$$l_2 = \frac{l}{\left(1 + \sqrt{q_2/q_3} + \sqrt{q_2/q_1}\right)},$$

$$l_3 = \frac{l}{\left(1 + \sqrt{q_3/q_1} + \sqrt{q_3/q_2}\right)}.$$

Теперь, зная, например, расстояние l_1 между зарядами q_2 и q_3, можно вычислить силу электростатического взаимодействия между ними. Эта сила, как мы уже выяснили, равна силе натяжения нити:

$$T_4 = F_{23} = \frac{q_2 q_3}{4\pi\varepsilon_0 l_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\left(\sqrt{q_2 q_3} + \sqrt{q_3 q_1} + \sqrt{q_2 q_1}\right)^2.$$

Осталось установить, при каком соотношении между величинами зарядов реализуется случай, когда заряды являются вершинами треугольника. По известной теореме сумма двух сторон любого треугольника больше третьей стороны:

$$l_1 + l_2 > l_3,\ l_1 + l_3 > l_2,\ l_2 + l_3 > l_1.$$

Отсюда, используя равенство $l_1 + l_2 + l_3 = l$, получаем

$$l_1 < \frac{l}{2},\ l_2 < \frac{l}{2},\ l_3 < \frac{l}{2}.$$

Подставив полученные ранее выражения для l_1, l_2 и l_3, имеем

$$\sqrt{q_1 q_3} + \sqrt{q_1 q_2} > \sqrt{q_2 q_3},$$

$$\sqrt{q_1 q_2} + \sqrt{q_2 q_3} > \sqrt{q_1 q_3},$$

$$\sqrt{q_1 q_3} + \sqrt{q_2 q_3} > \sqrt{q_1 q_2},$$

т.е. числа $\sqrt{q_1 q_3}$, $\sqrt{q_1 q_2}$ и $\sqrt{q_2 q_3}$ являются сторонами некоторого треугольника. Значит, расположение зарядов в виде треугольника возможно только при выполнении полученного набора условий. Этот набор можно переписать в виде

$$1\big/\sqrt{q_3} + 1\big/\sqrt{q_2} > 1\big/\sqrt{q_1},$$

$$1\big/\sqrt{q_2} + 1\big/\sqrt{q_1} > 1\big/\sqrt{q_3},$$

$$1\big/\sqrt{q_3} + 1\big/\sqrt{q_1} > 1\big/\sqrt{q_2}.$$

Очевидно, что эти условия не выполняются, если один из зарядов существенно меньше остальных. В этом случае заряды будут располагаться на прямой линии, причем маленький заряд будет находиться посредине между большими.

11 КЛАСС

1. Прежде всего, понятно, что максимально возможная емкость будет у батареи тогда, когда все маленькие конденсаторы будут соединены параллельно. Вопрос состоит только в том, как проводить процедуру зарядки и соединения маленьких конденсаторов. Можно, например, сначала соединить все маленькие конденсаторы параллельно, а затем присоединить к большому конденсатору. В этом случае разность потенциалов между обкладками конденсаторов после соединения будет

$$\Delta\varphi = \frac{Q}{C + N\,C/N} = \frac{Q}{2C},$$

а заряд, который приобретет батарея, будет

$$q' = \frac{Q}{2},$$

т.е. при таком способе зарядки заряд большого конденсатора просто делится пополам.

Однако можно сначала заряжать маленькие конденсаторы, а потом собирать из них батарею. При этом заряжать конденсаторы нужно так, чтобы заряд каждого был по возможности максимальным. Ясно, что самый выгодный способ создания батареи – по очереди подсоединять к большому конденсатору все маленькие конденсаторы, а уже затем собрать из них батарею.

Найдем заряд большого конденсатора после того, как к нему будет подсоединен первый маленький незаряженный конденсатор:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{Q}{C + C/N},\ Q_1 = C\Delta\varphi_1 = \frac{Q}{1 + 1/N}.$$

Заряд большого конденсатора после подключения к нему второго маленького незаряженного конденсатора будет

$$Q_2 = C\Delta\varphi_2 = \frac{Q_1}{1 + 1/N} = \frac{Q}{\left(1 + 1/N\right)^2},$$

а после N-го –

$$Q_N = \frac{Q}{\left(1 + 1/N\right)^N}.$$

Так как N достаточно велико, число $\left(1 + 1/1000\right)^{1000} \approx e \approx 2{,}72$. Поэтому после всех манипуляций на большом конденсаторе окажется заряд Q/e, а на маленьких конденсаторах – суммарный заряд $q = Q(1 - 1/e) \approx 0{,}63\,Q$. Заметим, что заряд получившейся батареи больше, чем заряд, оставшийся у большого конденсатора.

2. Поскольку в начале поворота автомобиля солнечный «зайчик» от его бокового стекла попадает в одну точку, боковое стекло движется по некоторой поверхности, фокусирующей лучи Солнца в этой точке. Считая Солнце точечным бесконечно удаленным источником, расположенным на линии горизонта, можно утверждать, что это – поверхность цилиндрического зеркала с фокусным расстоянием 10 фунтов ($\approx$3 метра).

Рассмотрим участок цилиндрического зеркала OA (рис.13). Один луч падает в точку O, проходя через ось цилиндра R, и при отражении меняет свое направление на противоположное. Другой луч падает в точку A и после отражения проходит через точку F. На рисунке обозначены три равных угла α: угол падения, угол отражения и угол между первым лучом и нормалью к цилиндрической поверхности, проведенной из точки падения второго луча. Треугольник AFR – равнобедренный, откуда следует, что расстояние от центра до точки F при малых углах равно половине радиуса. Следовательно, радиус ок-

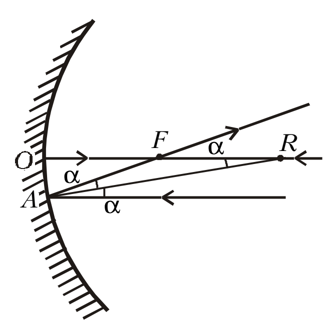

Рис. 13