разное количество рабочих дней в зависимости от числа дней в месяце. Если в месяце 30 дней, то в третьей декаде 8 рабочих дней. 8 рабочих дней будет и в случае 31 дня в месяце. Но есть еще февраль, в котором 28 или 29 дней. При 28 днях в третьей декаде будет 6 рабочих дней, а при 29 днях, т.е. в високосный год, – 7 рабочих дней, именно то, что требуется. Несложно определить, что первое февраля високосного года было четвергом в 1996 году, и ранее через 28 лет: 1968, 1940, 1912 и т.д. Но в 1968 и 1940 годах не было Городских Дум, а были Советы, а в 1912 и ранее не было в городах троллейбусов.

Таким образом, правильный ответ – февраль 1996 года.

КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

1. $Q = \dfrac{\mathcal{E}^2\left(L + CR_2^2\right)}{2\left(R_1 + R_2\right)^2}$.

2. $I_R = \dfrac{\mathcal{E}_2 r_1}{R\left(r_1 + r_2\right) + r_1 r_2} = 0{,}25$ А; ток течет справа налево.

3. 1) $\mathcal{E}_s = \mathcal{E}$; 2) $R(t) = \dfrac{R_0}{1 + \dfrac{R_0 \mathcal{E}_0 t}{L\left(\mathcal{E} - \mathcal{E}_0\right)}}$.

4. 1) $U_{m1} = I_0\sqrt{\dfrac{L_1 + L_2}{C}}$;

2) $U_{m2} = I_0\left(L_1 + L_2\right)\sqrt{\dfrac{1}{C\left(\mu L_1 + L_2\right)}}$.

LXI МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

Городская олимпиада

6 КЛАСС

1. 432 части.

2. Да, сможет.

3. Числа нужно расположить по кругу, например, в следующем порядке: 1, 4, 5, 8, 9, 2, 3, 6, 7, 10.

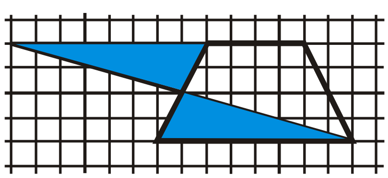

Рис. 3

4. См. рис.3.

5. Расстояние от B до C равно 10 км (рис.4). Бензоколонки A и C разбивают кольцевую дорогу на две дуги. Если бы бензоколонка D находилась на меньшей дуге, то сумма расстояний от A до D и от D до C была бы равна расстоянию от A до C. Но это не так. Значит, бензоколонка D расположена на большей дуге, поэтому длина большей дуги равна 25 + 35 = 60 км (убедитесь в этом сами!). Следовательно, длина дороги 100 км.

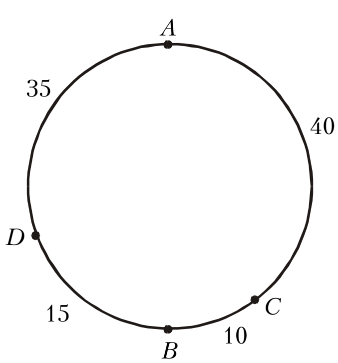

Рис. 4

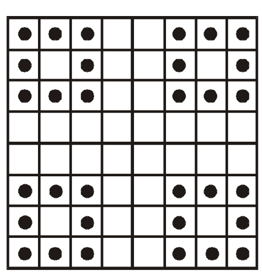

Рис. 5

Теперь ясно, что бензоколонки B и A диаметрально противоположны. Значит, расстояние от B до C равно 50 – 40 = = 10 км.

6. а) Да, $5/7 - 12/17 = 1/119 < 0{,}01$. б) Нет. Приводя разность дробей к общему знаменателю, получим в числителе целое число, не равное нулю, а в знаменателе 119. Поэтому дроби отличаются не меньше чем на $1/119 > 0{,}005$.

7. См. рис.5.

7 КЛАСС

2. 40%.

4. Нет, не может. Ясно, что если два человека сделали одно и то же утверждение, то они либо оба лжецы, либо оба рыцари. Поскольку на острове есть хотя бы один лжец и хотя бы один рыцарь, либо все рыцари сделали первое утверждение, а все лжецы второе, либо наоборот. В первом случае и рыцарей, и лжецов – четное число, а во втором и тех, и других – нечетное число. Значит, число людей на острове обязательно четно.

5. 6 фартингов. Нетрудно построить пример, когда покупка стоит 6 фартингов: Незнайка заплатил две монеты – 1 фартинг и 50 фартингов, а сдачу получил тремя монетами по 15 фартингов.

Докажем, что покупка не могла стоить меньше 6 фартингов. Остаток от деления на 7 достоинства каждой из монет равен 1. Пусть Незнайка отдал k монет, тогда остаток от деления этой суммы на 7 равен остатку от деления k на 7. Остаток от деления на 7 сдачи равен остатку от деления $k + 1$ на 7. Из

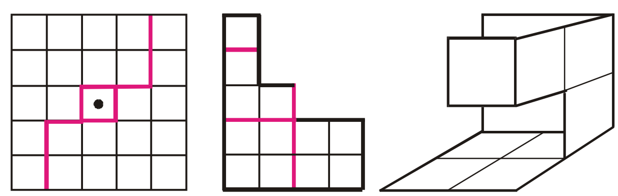

Рис. 6

этого следует, что остаток от деления на 7 стоимости покупки равен 6. Но 6 – наименьшее из натуральных чисел с таким свойством.

6. См. рис.6.

8 КЛАСС

1. Да, найдутся. Например, $x = 1$ (февраль), $y = 4$ (апрель, июнь, сентябрь, ноябрь), $z = 7$ (остальные месяцы года). Или $x = 2$, $y = 1$, $z = 9$.

2. Да, можно. Пусть $p_1,\ p_2,\ \ldots,\ p_8$ – различные простые числа. Тогда числа $p_1^2 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_8$; $p_1 \cdot p_2^2 \cdot \ldots \cdot p_8$; …; $p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_8^2$ являются искомыми.

3. Обозначим через P и Q середины сторон AB и CD соответственно. Средняя линия PQ проходит через точку O, и, если точка M не лежит на отрезке AP, то $\angle MPO = \angle MAD = \angle AMO$. Поэтому треугольник MPO равнобедренный, и $MO = PO$. Но $PO = OQ$, следовательно, в треугольнике PMQ медиана MO равна половине стороны PQ. Значит, треугольник PMQ – прямоугольный, причем сторона MQ перпендикулярна стороне PM. Но сторона PM параллельна CD. Поэтому MQ является серединным перпендикуляром для отрезка CD. Следовательно, $MC = MD$. Случай $M \in AP$ разбирается аналогично.

4. Предположим, что среди чисел $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_{100}$ содержится k синих и, соответственно, $100 - k$ красных. Тогда эти k си-