19. Барон Мюнхгаузен склеил из бумаги выпуклый многогранник, разрезал его на грани и послал их Леонарду Эйлеру. По дороге одна грань потерялась. Может ли так случиться, что Эйлер склеит из оставшихся граней выпуклый многогранник? (11)

С.Волченков

20. Даны положительные числа a, b, c. Найдите все x, для которых

$$c\cdot\sqrt{x-a^2-b^2}+b\cdot\sqrt{x-a^2-c^2}+$$
$$+a\cdot\sqrt{x-b^2-c^2}=a^2+b^2+c^2. \quad (11)$$

Городская олимпиада

6 класс

1. На глобусе проведены 17 параллелей и 24 меридиана. На сколько частей разделена поверхность глобуса? Меридиан – это дуга, соединяющая Северный полюс с Южным. Параллель – это окружность, параллельная экватору (экватор тоже является параллелью).

М.Семенова

2. Три ежика делили три кусочка сыра массами 5 г, 8 г и 11 г. Лиса стала им помогать. Ей разрешили от любых двух кусочков отреза́ть по 1 г сыра (обрезки лиса съедает). Сможет ли лиса оставить ежикам равные кусочки сыра?

А.Ковальджи

3. Расположите в вершинах правильного десятиугольника числа от 1 до 10 так, чтобы для любых двух соседних чисел их сумма была равна сумме двух чисел, им противоположных (симметричных относительно центра окружности).

4. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке 3, на две части, из которых можно сложить треугольник.

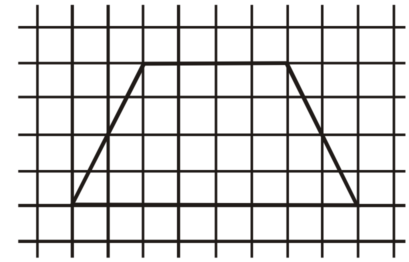

Рис. 3

5. На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки: A, B, C и D. Расстояние между A и B – 50 км, между A и C – 40 км, между C и D – 25 км, между D и A – 35 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги в кратчайшую сторону). а) Приведите пример расположения бензоколонок (с указанием расстояний между ними), удовлетворяющий условию задачи. б) Найдите расстояние между B и C (укажите все возможности).

И.Ященко

6. Могут ли две неравные обыкновенные дроби, знаменатели которых 7 и 17, отличаться меньше, чем на а) 0,01; б) 0,005?

7. Расставьте на шахматной доске 32 коня так, чтобы каждый из них бил ровно 2 других.

М.Евдокимов

7 класс

1. См. задачу 1 для 6 класса.

2. В банановой республике прошли выборы в парламент. Все голосовавшие за партию «Мандарин» любят мандарины. Среди голосовавших за другие партии 90% не любят мандарины. Сколько процентов голосов набрала партия «Мандарин» на выборах, если ровно 46% участвовавших в голосовании любят мандарины?

Р.Федоров

3. См. задачу 5 для 6 класса.

4. На острове Контрастов живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Некоторые жители заявили, что на острове четное число рыцарей, а остальные заявили, что на острове нечетное число лжецов. Может ли число жителей острова быть нечетным?

В.Произволов

5. На Луне имеют хождение монеты достоинством в 1, 15 и 50 фартингов. Незнайка отдал за покупку несколько монет и получил сдачу на одну монету больше. Какую наименьшую цену могла иметь покупка?

А.Шаповалов

6. Из квадрата 5×5 вырезали центральную клетку. Разрежьте получившуюся фигуру на две части, в которые можно завернуть куб $2\times2\times2$.

С.Токарев

8 класс

1. Найдутся ли натуральные числа x, y и z, удовлетворяющие уравнению $28x+30y+31z=365$?

В.Произволов

2. Можно ли найти восемь натуральных чисел, таких что ни одно из них не делится ни на какое другое, но квадрат любого из этих чисел делится на каждое из остальных?

А.Канель-Белов

3. Диагонали AC и BD параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Точка M лежит на прямой AB, причем $\angle AMO=\angle MAD$. Докажите, что точка M равноудалена от точек C и D.

М.Смуров

4. Некоторые из чисел a_1, a_2, … …, a_{200} написаны синим карандашом, а остальные – красным. Если стереть все красные числа, то останутся все натуральные числа от 1 до 100, записанные в порядке возрастания. Если же стереть все синие числа, то останутся все натуральные числа от 100 до 1, записанные в порядке убывания. Докажите, что среди чисел a_1, $a_2,\ldots,a_{100}$ содержатся все натуральные числа от 1 до 100 включительно.

В.Произволов

5. За круглым столом сидят несколько гостей. Некоторые из них знакомы между собой; знакомство взаимно. Все знакомые любого гостя (считая его самого) сидят вокруг стола через равные промежутки. (Для другого человека эти промежутки могут быть другими.) Известно, что любые двое имеют хотя бы одного общего знакомого. Докажите, что все гости знакомы друг с другом.

Б.Френкин

6. См. задачу М1638 «Задачника «Кванта».

9 класс

1. Является ли число $4^9+6^{10}+3^{20}$ простым?

А.Ковальджи

2. В остроугольном треугольнике ABC провели высоты AD и CE. Построили квадрат $ACPQ$ и прямоугольники $CDMN$ и $AEKL$, у которых $AL=AB$, $CN=CB$. Докажите, что площадь квадрата $ACPQ$ равна сумме площадей прямоугольников $AEKL$ и $CDMN$.

А.Ковальджи

3. См. задачу М1639 «Задачника «Кванта».

4. В стране Нашии есть военные базы, соединенные дорогами. Набор дорог называется *важным*, если после закрытия этих дорог найдутся две