Утверждение 4. *8 точек K, L, M, N, K′, L′, M′, N′ лежат на одной окружности.*

Из утверждений 3 и 4 вытекает, что центр окружности, описанной около четырехугольника *KLMN,* совпадает с точкой пересечения прямых $K'M'$ и $L'N'$. Поэтому для произвольного четырехугольника полученную таким образом точку будем называть квазицентром описанной окружности.

Примечание 2. В этом месте в наших рассуждениях вновь оказалась нестрогость. Действительно, одна или даже обе пары противоположных сторон четырехугольника *ABCD* могут быть взаимно перпендикулярными, тогда какие-то из точек K', L', M', N' не будут определены. Используя аппарат проективной геометрии, можно изменить формулировки всех утверждений, чтобы включить и эти случаи, но сейчас мы не будем этого делать.

Итак, мы обобщили понятия центров вписанной и описанной окружности на случай произвольного четырехугольника, и нам осталось выяснить, проходит ли прямая, соединяющая эти центры, через точку пересечения его диагоналей. Сформулируем этот вопрос в виде следующего утверждения:

Утверждение 5. *Из точки O пересечения диагоналей четырехугольника ABCD опущены на его стороны перпендикуляры OK, OL, OM, ON. Их продолжения за точку O пересекают противоположные стороны четырехугольника в точках K′, L′, M′, N′. Прямые KM и LN пересекаются в точке P, K′M′ и L′N′ – в точке P′. Тогда точки P, O, P′ лежат на одной прямой.*

Утверждение 5 действительно является верным. Более того, для его справедливости не требуется, чтобы отрезки *OK, OL, OM, ON* были перпендикулярны сторонам четырехугольника. Чтобы доказать это, воспользуемся центральной проекцией.

Обозначим плоскость четырехугольника *ABCD* через α. Пусть противоположные стороны четырехугольника пересекаются в точках *X* и *Y*. Возьмем произвольную плоскость α', пересекающую α по прямой, параллельной *XY,* и точку *Z*, не лежащую ни в одной из плоскостей, такую, что плоскость *XYZ* параллельна α'. Легко видеть, что при проекции из точки *Z* на плоскость α' четырехугольник *ABCD* переходит в параллелограмм. Соответственно, образы точек *K* и K', *L* и L', *M* и M', *N* и N' будут симметричны относительно образа точки *O*, и значит, симметричны будут и соединяющие их прямые и точки их пересечения *P* и P', что и требовалось доказать.

Примечание 3. Четырехугольник *ABCD* может быть невыпуклым. В этом случае его образом при центральной проекции будет не параллелограмм, а фигура, состоящая из двух ломаных (начертите ее). Однако доказательство утверждения 5 проходит и в этом случае без каких-либо изменений. Читателям, знакомым с проективной геометрией, понятно, что наша центральная проекция эквивалентна проективному преобразованию, переводящему прямую *XY* в бесконечно удаленную.

И в заключение три вопроса, ответы на которые автору неизвестны:

1. Какими еще свойствами обладает диагонально-перпендикулярное отображение (точнее, какие свойства четырехугольника *ABCD* и *KLMN* соответствуют друг другу)?

2. Обладают ли какими-либо специальными свойствами четырехугольники $K'L'M'N'$ или любой четырехугольник можно получить таким способом из хотя бы одного четырехугольника *ABCD* (то, что четырехугольник *ABCD* может быть не единственным, видно из утверждения 3)?

3. Для вписанно-описанных многоугольников выполняются соотношения:

$$1\big/r^2 = 1\big/(R+d)^2 + 1\big/(R-d)^2,$$

$$(R+d_1)/(R+d_1) = (R+d)^2\big/(R-d)^2,$$

где *R, r* – радиусы описанной и вписанной окружностей, *d* – расстояние между их центрами, d_1 – расстояние от центра описанной окружности до точки пересечения диагоналей. Пользуясь этим соотношениями, определим для произвольного четырехугольника «квазирадиусы» описанной и вписанной окружностей (для этого должно быть $2d > d_1$, но, по-видимому, это выполняется всегда). Можно ли дать этим понятиям содержательную геометрическую интерпретацию?

ПРАКТИКУМ АБИТУРИЕНТА

Катушки индуктивности в электрических цепях

В.МОЖАЕВ

ПРЕЖДЕ всего поясним, что имеют в виду, когда говорят о катушке индуктивности. Любой элемент электрической цепи обладает индуктивностью. Например, кусок провода длиной 1 м и диаметром 1 мм в вакууме имеет индуктивность 10^{-6} Гн. Такого порядка индуктивность в реальных электрических цепях существует всегда, и ее обычно называют паразитной индуктивностью. А когда говорят о катушке индуктивности, то подразумевают индуктивность, которая сосредоточена в одном элементе цепи – в катушке – и по величине превосходит паразитную на два и более порядков.

Как правило, катушка индуктивности представляет собой достаточно большое количество витков изолированного провода, намотанного на цилиндрический или тороидальный каркас, причем для увеличения индуктивности каркасы заменяют на магнитные сердечники в виде цилиндров или торов. Витки наматываются в одну сторону, т.е., если через катушку протекает ток, все направления токов в витках совпадают (по часовой стрелке или против часовой стрелки).

Все реальные катушки индуктивности (кроме сверхпроводящих) обладают омическим сопротивлением, поэтому эквивалентной схемой такой катушки является последовательное соединение идеальной катушки, обладающей чисто индуктивным сопротивлением, и резистора, сопротивление которого равно сопротивлению обмотки. Однако во всехзадачах, разбираемых в этой статье, под катушкой индуктивности будет подразумеваться идеальная индуктивность (чисто реактивный элемент).

Теперь обсудим, какова роль катушки индуктивности, входящей в состав замкнутой электрической цепи. При протекании через катушку постоянного тока она является пассивным элементом, не оказывающим на протекающий ток никакого влияния. Но она была активна тогда, когда происходило установление этого тока, — за это время катушка аккумулировала в себя дина-