VII Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон»

Международный интеллект-клуб «Глюон» в рамках программы «Дети. Интеллект. Творчество» провел очередную международную тест-рейтинговую олимпиаду «Интеллектуальный марафон». Она прошла в Анталии (Турция) с 1 по 8 ноября 1997 года. Соорганизатором олимпиады выступил известный научно-образовательный центр Турции «Анталия Колледж» при поддержке министерства образования Турции и мэрии города Анталии. На олимпиаду съехались 120 участников из семи стран: России, Белоруссии, Грузии, Македонии, Индонезии, Иордании и Турции, всего 20 команд.

3 ноября состоялось торжественное открытие олимпиады. В этот же день прошел первый тур Олимпиады – устное командное соревнование по истории научных идей и открытий. Победу в нем одержала опытная команда школы-гимназии 60 из Уфы (Башкортостан, Россия), второй была команда из Индонезии, а третьей — школа 42 из Уфы.

4 ноября с утра участники выполняли индивидуальную письменную работу по физике. Во второй половине дня был проведен командный устный тур по математике. Первое место в этом туре с высокими баллами (91 балл из 100) завоевала 1-я команда Турции, второе место заняла 2-я команда Турции, а третье — команда Аничкова лицея (Санкт-Петербург, Россия).

Следующий день олимпиады был посвящен культурно-экскурсионной программе, а 6 ноября были проведены последние соревнования олимпиады: индивидуальная письменная работа по математике и командные устные соревнования по физике. В командных соревнованиях по физике первое место заняла команда Набережных Челнов (Татарстан, Россия), второй стала 1-я сборная Турции, а третьей — команда Македонии.

7 ноября — подведение итогов и церемония закрытия олимпиады. Абсолютным победителем в индивидуальном зачете стала ученица ФМЛ из Кирова (Россия) Мария Варавва, ей была вручена большая золотая медаль, а также специальный приз — «Мисс Олимпиада-97». Второе место и серебряную медаль получил ученик гимназии из Скопле (Македония) Александр Донев. Третье место и бронзовая медаль достались Александру Лузгареву, ученику ФМЛ из Кирова (Россия). Он же стал победителем в индивидуальном зачете по математике, набрав 100 баллов из 100 (!). А Александр Донев стал победителем в индивидуальном зачете по физике. Командные соревнования в общем зачете выиграла 1-я сборная Турции; ей был вручен суперкубок, а все ее участники получили призы. Второй стала команда школы-гимназии 60 из Уфы (Башкортостан), а третьей — команда из Индонезии.

Традиционно были вручены специальные призы: самому юному участнику олимпиады (им стал Иван Мицкевич — ученик лицея 1 города Барановичи, Белоруссия), за оригинальные решения трудной задачи по физике и по математике, а также призы от Оргкомитета олимпиады, министерства образования Турции, мэрии Анталии, спонсоров олимпиады (их получили физико-математический лицей 1511 из Москвы (Россия), лицей 1 из Барановичей (Белоруссия), «Анталия Колледж» (Турция), команда Новгородской области (Россия)).

Восьмая олимпиада «Интеллектуальный Марафон» состоится в октябре – ноябре 1998 года. МИК «Глюон» приглашает школы, лицеи, гимназии и образовательные центры, занимающиеся одаренными детьми, к участию в олимпиаде, а также к сотрудничеству по Международной программе «Дети. Интеллект. Творчество».

Заявки присылайте по адресу: Россия, Москва, 115522, Пролетарский пр-т, д. 15/6, к. 2, МИК «Глюон».

Телефон: (095) 324-8479; факс: (095) 396-8227; e-mail: olga@mics.msu.su.

Задачи

Письменный индивидуальный тур

МАТЕМАТИКА

1. Существует ли натуральное число n такое, что $5n$ является пятой степенью натурального числа, $6n$ – шестой степенью, $7n$ – седьмой степенью?

2. Найдите углы треугольника ABC, если известно, что его высота CD и биссектриса BE пересекаются в такой точке M, что $CM = 2MD$, $BM = ME$.

3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y^2 = z^3, \\ x^2 + y^3 = z^4, \\ x^3 + y^4 = z^5. \end{cases}$$

4. Последовательность a_n удовлетворяет при любом натуральном n соотношению
$$a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + 1}{a_n}.$$
Найдите a_{1998}, если $a_{19} = 19$, $a_{97} = 97$.

5. Можно ли разрезать правильный треугольник на 5 попарно неравных равнобедренных треугольников?

6. Выясните, конечно или бесконечно число решений в натуральных числах уравнения
$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz = 3\cdot$$

7. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — действительные числа такие, что $0 \le x_i \le 1$. Найдите наибольшее значение величины
$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n - x_1x_2 - \\ -x_2x_3 - \ldots - x_{n-1}x_n - x_nx_1$$
при а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) произвольном n.

ФИЗИКА

1. На наклонной плоскости, имеющей угол наклона α, лежит брусок массой m (рис.1). С помощью невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через блок, брусок соединяют с осью колеса массой M и радиусом R, находящегося на ровной горизонтальной поверхности. Определите ускорение бруска и силу натяжения нити. Коэффициент трения скольжения μ, всю массу колеса считать сосредоточенной на его ободе, т.е. в расстоянии R от оси.

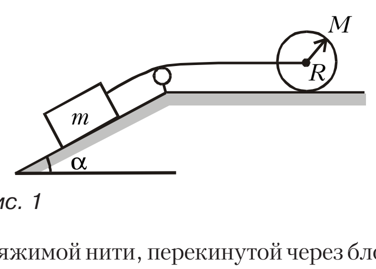

Рис. 1

2. Тело массой m бросают вертикально вверх с начальной скоростью v_0. На какую высоту поднимется тело, если на него действует сила вязкого трения, пропорциональная квадрату скорости: $f = -\beta v^2$, причем $\beta v_0^2 \ll mg$, где g – ускорение свободного падения.

3. Один моль одноатомного идеального газа находится в цилиндрическом стакане под поршнем площадью S и массой M. Температура газа T_0, внешнее давление p_0. Определите период малых колебаний, возникающих при выведении поршня из состояния равновесия. Процесс считать адиабатическим.

4. В цилиндрическом теплоизолированном сосуде под поршнем находится перегретая вода при температуре $T = 110\ ^\circ C$. Определите, на какую высоту поднимется поршень после вскипания жидкости и установления термодинамического равновесия системы. Начальный уровень воды h, удельная теплота парообразования $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, теплоемкость $c = 4200$ Дж/(кг · г). Массой поршня пренебречь, внешнее давление равно атмосферному.

5. Плоский конденсатор (площадь пластин S, расстояние между ними d), расположенный вертикально, наполовину заполняется диэлектриком с плотностью ρ и диэлектрической проницаемостью ε (рис.2). Как изменится энергия системы, если заряд на обкладках конденсатора q?

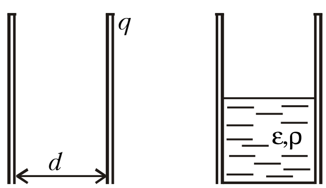

Рис. 2

6. Согласно представлениям классической физики, электрон, движущийся вокруг ядра с ускорением, теряет энергию. Покажите, что энергия, излучаемая электроном за один оборот, мала по сравнению с его энергией. Оцените время падения электрона на ядро, считая, что начальный радиус орбиты $r_0 = 0{,}5$ Å. Скорость потери энергии на излучение определяется выражением $W = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}a^2$, где a – ускорение электрона, e – его заряд, c – скорость света.

7. Температура поверхности Земли определяется балансом солнечной энергии, поглощаемой Землей, и энергией, излучаемой Землей в космическое пространство. Считая, что поток энергии, излучаемый Солнцем и Землей, определяется законом Стефана – Больцмана $Q = \sigma T^4$ (σ – постоянная Стефана – Больцмана, T температура поверхности), оцените среднюю температуру поверхности Земли. Температура поверхности Солнца 5770 К, радиус Земли $6{,}4 \cdot 10^6$ м, радиус Солнца $7 \cdot 10^8$ м, радиус орбиты Земли $1{,}5 \cdot 10^{11}$ м, доля отраженного солнечного излучения (альбедо Земли) 0,4.

Устный командный тур (избранные задачи)

МАТЕМАТИКА

1. Простое или составное число $2^{10} + 5^{12}$?

2. В математическом кружке число девочек больше 40%, но меньше 50% от числа всех участников. Какое наименьшее число участников кружка может быть при этих условиях?

3. Можно ли получить нуль из чисел $1^2, 2^2, 3^2, \ldots, 200^2$, используя только сложение и вычитание?

4. Квадрат разрезан на 100 квадратов, 99 из них – со стороной 1. Какую площадь может иметь этот квадрат?

5. Найдите наибольшее значение выражения $a^3b - b^3a$, если выполнено условие $a^2 + b^2 = 1$.

6. Можно ли в таблице 6×6 расставить 36 вещественных чисел так, чтобы их сумма была отлична от 0, а сумма чисел в любом прямоугольнике 1×4 равнялась 0?

7. Число 1,5 интересно тем, что оно в 4 раза меньше суммы своих цифр. Найдите число, которое в 8 раз меньше суммы своих цифр.

ФИЗИКА

1. Резиновый шарик прыгает в однородном поле тяготения над горизонтальной поверхностью. Опишите процессы превращения энергии из одного вида в другой, которые при этом происходят. Нарисуйте график зависимости полной механической энергии шарика от времени, считая, что при $t = 0$ шарик находится на максимальной высоте.

2. Для растяжения пружины на некоторую длину требуется сила F. Какая сила потребуется для растяжения на ту же длину n пружин, соединенных параллельно? Во сколько раз изменится растягивающая сила в случае последовательного соединения пружин?

3. Два одноименно заряженных шарика притягиваются. Может ли такое быть?

4. Почему начинают фонтанировать заглохшие нефтяные скважины после накачки их сжатым воздухом?

5. Проволочная прямоугольная рамка вращается с постоянной скоростью вокруг одной из своих сторон, параллельной прямолинейному проводнику с током. Пренебрегая индукцией магнитного поля Земли, укажите, когда в рамке индуцируется максимальная и минимальная ЭДС.

6. Может ли человек бежать быстрее своей тени?

7. Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите со скоростью v. Нарисуйте график зависимости скорости его движения от времени с учетом силы сопротивления среды.

История научных идей и открытий (избранные задачи)

МАТЕМАТИКА

1. Кто из математиков получил Нобелевскую премию?

2. Назовите великого математика, который ввел в употребление символы «π», «e», «sin», «cos», «Σ», «f».

3. Какие знаменитые задачи оставили древние математики, и когда эти задачи были решены?

4. В XVII – XVIII веках произошли революционные изменения в математике, связанные с созданием математического анализа. В конце XIX века также произошли революционные изменения в математике. С чем они связаны?

5. Как известно, иногда в названиях встречаются исторические несправедливости. Например, Америку назвали не по имени ее открывателя – Колумба. Назовите известные вам исторические несправедливости в математике.

ФИЗИКА

1. Какие важные физические эксперименты удалось провести, благодаря неравномерному оседанию фундамента у одного из архитектурных сооружений Европы? Где находится это сооружение? Кто и когда проводил на нем опыты? Какие выдающиеся выводы были им сделаны?

2. Какой выдающийся ученый предсказал возможность существования черных дыр задолго до создания общей теории относительности? Из каких соображений он исходил? Когда была опубликована его работа?

3. Кто, когда и за какое открытие получил первую в мире Нобелевскую премию по физике?

4. Назовите выдающегося ученого и государственного деятеля Средней Азии, автора всемирно известного каталога звездного неба. В каком веке и где он жил?

5. Когда впервые на орбите Земли появился искусственно созданный объект? Кто его создал и сколько он весил?

В.Альминдеров, Б.Алиев, А.Егоров, А.Попов