щение — эффект Доплера указывает на взаимное удаление Земли и $\alpha$Boo. В спектре $\alpha$CMi (Процион) видно существенно более сильное синее смещение линий – значит, Земля и $\alpha$CMi взаимно приближаются.

б) У Арктура все линии поглощения дают одинаковую величину $\Delta\lambda \approx +0{,}06$ Å. Все линии Проциона дают также одинаковые $\Delta\lambda \approx -0{,}55$ Å. По формуле Доплера $\Delta\lambda/\lambda_0 = V_r/c$, где $\lambda_0 \approx 6300$ Å, а $c = 3\cdot 10^5$ км/с, получаем

$$V_{\text{г}}(\alpha\text{Boo}) \approx 2{,}9 \text{ км/с}, \; V_{\text{г}}(\alpha\text{CMi}) \approx -26{,}2 \text{ км/с}.$$

в) Проще всего построить гелиоцентрическую схему в проекции на плоскость небесного экватора, так как с помощью карты звездного неба можно непосредственно найти прямое восхождение звезд, а также положение Солнца на эклиптике в любой день года. В других системах координат это сделать сложнее – придется пересчитывать все координаты.

Считая от точки весеннего равноденствия $(\gamma)$, на которую проецируется Солнце 21 марта, находим (рис.19) направление на Арктур:

$$\alpha(\alpha\text{Boo}) = 14^{\text{h}}12^{\text{m}} = 213^\circ$$

и направление на Процион:

$$\alpha(\alpha\text{CMi}) = 7^{\text{h}}36^{\text{m}} = 114^\circ.$$

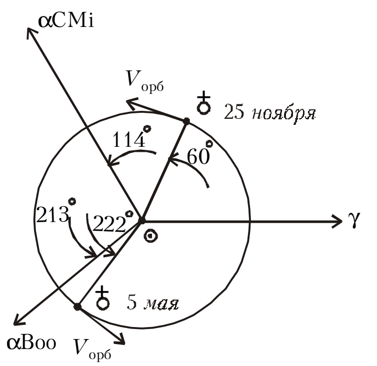


Рис. 19

Направления на Землю относительно Солнца противоположны направлениям на Солнце относительно Земли, т.е. $\beta = \alpha(\odot) + 180^\circ$. Поэтому для 5 мая: $\alpha(\odot) = 2^{\text{h}}48^{\text{m}} = 42^\circ$, $\beta = 42^\circ + 180 = 222^\circ$, а направление движения Земли – на точку $222^\circ + 90^\circ = 312^\circ$. Соответственно, для 25 ноября:

$\beta = 60^\circ$, а направление движения Земли – на точку 150°.

г) Построив кинематическую схему взаимного движения Солнца, Земли и звезд, нетрудно понять, что делать оценку орбитальной скорости движения Земли $V_{\text{орб}}$ следует по формуле

$$V_{\text{г}} = V_{\text{с}} - V_{\text{орб}} \cos\delta,$$

где $V_{\text{г}}$ и $V_{\text{с}}$ — гео- и гелиоцентрические скорости звезд, $\delta$ — угол между вектором скорости Земли и направлением на звезду. Рассматривая движение только в плоскости небесного экватора, для каждой из звезд записываем

$$V_{\text{г}}(\alpha\text{Boo}) = V_{\text{с}}(\alpha\text{Boo}) - V_{\text{орб}}\cos\left(312^\circ - 213^\circ\right),$$

$$V_{\text{г}}(\alpha\text{CMi}) = V_{\text{с}}(\alpha\text{CMi}) - V_{\text{орб}}\cos\left(114^\circ - 150^\circ\right).$$

Из первого уравнения находим $V_{\text{орб}} \approx 53$ км/с, из второго — $V_{\text{орб}} \approx 33$ км/с. Полученные результаты, естественно, не точные – главным образом потому, что вместо истинных углов $\delta$ мы фактически брали их проекции на плоскость небесного экватора.

## МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА СТУДЕНТОВ ПО ФИЗИКЕ

**1.** $E = \sqrt{N}\,Q/(4\pi\varepsilon_0 R)$. **2.** $\Delta S = \dfrac{pV}{3T}\ln\dfrac{32}{27}$.

**3.** $r = \dfrac{\left(v_0^2 + \omega^2 R^2\right)^{3/2}}{\omega R\left(g - \omega^2 R\right)}$. **4.** $x = 0{,}25\mu/a$. **5.** $F_2 = 3\pi R^3 L_1 F_1/\left(2L_2^4\right)$.

**6.** $f = \varepsilon_0 E_0^2\left(\varepsilon^2 - 1\right)/\left(2\varepsilon^2\right)$.

**7.** $A = mgL\cos\alpha$, при этом нить нужно подтягивать в крайних положениях, не изменяя амплитуду колебаний.

**8.** $R = \dfrac{mv_0}{\sqrt{r^2 + q^2B^2}}$. **9.** $F = qQ/\left(8\pi\varepsilon_0 R^2\right)$. **10.** $F = I_0\pi R^2/c$.

## КОЛЛЕКЦИЯ ГОЛОВОЛОМОК

*(см. «Квант» №2)*

*Ответ:* место/номер дорожки – 1/2, 2/7, 3/5, 4/8, 5/6, 6/4, 7/1, 8/3.

## КОНКУРС В СЕТИ ИНТЕРНЕТ

**1.** Заметим, что при положительных значениях параметра $c$ корни уравнения

$$x^2 - 4x + 4 - c = 0 \qquad (1)$$

– вещественные числа: $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{c}$, причем

$$x_1 + x_2 = 4, \qquad (2)$$

$$x_1 x_2 = 4 - c. \qquad (3)$$

На первом шаге можно получить числа 1 и 3. При $c = 3$ получим корни $x_1^{(0)} = 2 + \sqrt{3}$; $x_2^{(0)} = 2 - \sqrt{3}$. Построим множество чисел $x_1^{(1)}, x_1^{(2)}, \ldots, x_1^{(1995)}$ по следующему правилу:

$$x_1^{(k)} = 2 + \sqrt{x_1^{(k-1)}}, \; k = 1, 2, \ldots 1995 \qquad (4)$$

(число $x_1^{(k)}$ — большее из двух чисел $x_1^{(k)}$, $x_2^{(k)}$, получающихся на выходе генератора (1), если на его вход подать число $x_1^{(k-1)}$). Покажем, что $x_1^{(0)}\cdot x_1^{(1)}\cdot\ldots\cdot x_1^{(1995)}\cdot x_2^{(1995)} = 1$. В силу (4), (3) и (2) $x_1^{(k)}x_2^{(k)} = 4 - x_1^{(k-1)} = x_2^{(k-1)}$, поэтому

$$x_1^{(0)}\cdot x_1^{(1)}\cdot\ldots\cdot x_1^{(1995)}\cdot x_2^{(1995)} = x_1^{(0)}\cdot x_1^{(1)}\cdot\ldots\cdot x_1^{(1994)}\cdot x_2^{(1994)} = \ldots$$

$$\ldots = x_1^{(0)}\cdot x_2^{(0)} = 1.$$

Все числа $x_1^{(0)}, x_1^{(1)}, \ldots, x_1^{(1995)}, x_2^{(1995)}$ различны в силу неравенств $x_2^{(1995)} < 2 < x_1^{(0)} < x_1^{(1)} < \ldots < x_1^{(1995)}$ и поэтому полностью удовлетворяют требованиям задачи.

*Примечание*. Решение задачи не единственно. В качестве начального числа $x_1^{(0)}$ можно взять один из двух корней $2 + \sqrt{3}$ или $2 - \sqrt{3}$, и далее находить следующие числа по любой из двух формул: $x_1^{(k)} = 2 - \sqrt{x_1^{(k-1)}}$ или $x_1^{(k)} = 2 + \sqrt{x_1^{(k-1)}}$. Таким образом, можно указать $2^{1995}$ различных наборов чисел $\{x_1^{(0)}, x_1^{(1)}, \ldots, x_1^{(1995)}, x_2^{(1995)}\}$, произведение которых равно 1. (Если к тому же учесть, что кроме этих наборов могут быть также наборы $\{1, x_1^{(0)}, x_1^{(1)}, \ldots, x_1^{(1994)}, x_2^{(1994)}\}$, то всего различных вариантов решений $3\cdot 2^{1994}$).

Можно доказать, что и в общем случае числа $x_1^{(0)}, x_1^{(1)}, \ldots, x_1^{(1995)}, x_2^{(1995)}$ попарно различны, но, в отличие от рассмотренного в нашем решении специального случая, сделать это уже не так просто.

**2.** Очевидно, что если взять какое-то количество одинаковых слагаемых, то их сумма будет кратной этому количеству. Неожиданным представляется следующий факт: если взять $m - 1$ ($m > 1$ – натуральное число) *не обязательно равных* между собой натуральных степеней числа $m$, то их сумма будет кратной числу $m - 1$. Доказательство этого факта основывается на многократном применении формулы

$$m^k - 1 = (m-1)\left(m^{k-1} + m^{k-2} + \ldots + m + 1\right)$$