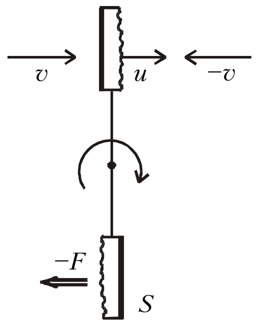

Рис. 1

Разумеется, школьник понимал, что молекулы газа движутся равновероятно во всех направлениях, но рисовать их все он не стал, ибо его интересовали только те, которые движутся по направлению к диску или от него. А таких, согласно привычной школьной оценке, в единице объема было $n/6$ (n – концентрация молекул, «шесть» – это число сторон куба: вверх – вниз, вправо – влево, вперед – назад). Значит, плотность потока молекул (т.е. число молекул, попадающих на единицу площади в единицу времени), догоняющих слева верхний диск, равна $(n/6)(v-u)$ (легко проверить: при $u=v$ эти молекулы не догонят диск и не столкнутся с ним). Далее, каждая молекула ударяется о левую

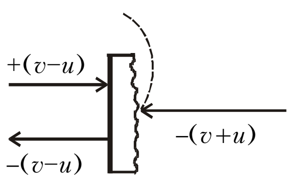

Рис. 2

поверхность диска со скоростью $+(v-u)$ (в его системе координат) и, согласно условию упругости удара, отражается обратно с той же по величине скоростью (опять же, в системе диска), но с другим знаком (рис.2): $-(v-u)$. Значит, в неподвижной (лабораторной) системе координат ее скорость после отражения будет $-(v-u)+u=-v+2u$, а изменение импульса одной молекулы составит $m(-v+2u)-mv$. Такой же по величине, но противоположный по знаку импульс получит верхний диск. А умножив его на соответствующую плотность потока молекул и на площадь диска, найдем силу, действующую на верхний диск слева:

$$\frac{n}{6}(v-u)m(2v-2u)S=\frac{mnS}{6}2(v-u)^2.$$

Проведем аналогичные рассуждения для правой поверхности верхнего диска. В системе диска скорость перед ударом $-(v+u)$, а после удара 0. Скорость после удара в лабораторной системе равна u, изменение скорости молекулы в лабораторной системе составляет $u-(-v)=u+v$. Плотность потока молекул, налетающих справа на верхний диск, равна $(n/6)(v+u)$, так что суммарная сила, действующая на диск справа, будет

$$-\frac{mnS}{6}(v+u)^2.$$

Можно далее учесть, что произведение mn равно плотности газа ρ, и записать силу, действующую на верхний диск, в виде

$$F=\frac{\rho S}{6}\left(2(v-u)^2-(v+u)^2\right)=$$

$$=\frac{\rho S}{6}\left(v^2+u^2-6vu\right).$$

Такая же по величине, но противоположная по направлению сила будет действовать на нижний диск, так что система начнет вращаться под действием пары сил как раз в том направлении, которое указано на рисунке 1.

Ясно, что каждая из сил обратится в ноль (и вращение перестанет ускоряться) при условии

$$u^2-6vu+v^2=0.$$

Решая это квадратное уравнение, наш исследователь получил установившуюся линейную скорость:

$$u_\infty=3v\pm\sqrt{9v^2-v^2}=v\left(3\pm2\sqrt{2}\right)$$

и, конечно, выбрал отрицательный знак, чтоб не смешить людей – не может ведь диск двигаться быстрее молекул.

Итак, установившаяся окружная скорость дисков $u_\infty=v(3-2\sqrt{2})=0{,}172v$ получилась заметно меньше тепловой скорости молекул, поэтому способный изобретатель догадался пренебречь ее квадратом в выражении для F, так что уравнение, описывающее второй закон Ньютона для диска, приобрело вид следующего линейного дифференциального уравнения относительно u:

$$\frac{du}{dt}=\rho\frac{vS}{m}\left(u-\frac{v}{6}\right)=\frac{u-v/6}{\tau}.$$

Даже не решая это уравнение, можно кое-что сказать. Из него, в частности, видно, что ускорение с ростом v уменьшается и обращается в ноль при $u_\infty=v/6=0{,}167v$, что действительно близко к найденному ранее значению. А постоянная величина $\tau=m/(\rho vS)$ в знаменателе правой части уравнения называется *временем релаксации*. Например, если взять $m=1$ г, $\rho=10^{-5}$ кг/м^3, $v\sim300$ м/с, $S=1$ см^2,

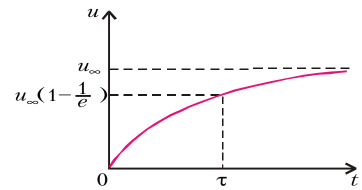

Рис. 3

получится $\tau\approx3\cdot10^3$ с ~1 ч. Это — время, за которое почти достигается «предельное значение скорости» u_∞ (см. рис.3).

Тут надо обратить внимание, что вся теория построена для свободномолекулярного режима обтекания дисков, поэтому наш изобретатель и взял плотность газа на пять порядков ниже, чем для обычного воздуха. Тогда и длина свободного пробега молекул увеличится на пять порядков и, таким образом, вместо 10^{-7} м станет как раз 1 см, что уже сравнимо с принятым размером диска.

Итак, устройство должно вращаться вечно. К нему даже можно сделать привод и заставить совершать полезную работу. Однако никакого отношения к тому вечному двигателю, который отказывалась рассматривать французская академия, наше устройство не имеет. Оно ведь не пытается родить энергию «из ничего»: диски получают энергию при соударениях молекул со стенками сосуда, которые поддерживаются при постоянной температуре. Так что закон сохранения энергии не нарушается.

Казалось бы, все в порядке, и остается только «изобрести» диски нужной конструкции. Необходимо добиться, чтобы с одной поверхностью молекулы соударялись упруго, а с другой – неупруго. Но оказывается, здесь нашего изобретателя подстерегает немалая опасность. Он очень легко может пойти по ложному пути и увязнуть в тщетных попытках сконструировать нечто столь же невозможное, как и вечный двигатель.

«Зеркальность» упругой поверхности равносильна предположению о ее термодинамическом равновесии с газом: молекулы стартуют с поверхности с такой же средней скоростью, как и падают на нее (температуры газа и поверхности одинаковы). Но как сделать другую поверхность «неупругой»?

Рассмотрим два варианта подхода к решению проблемы. В одном из них (назовем его «механическим») поверхность делают пористой: молекулы, попадающие внутрь цилиндрических пор, ударяются о ее «зеркальные» стенки, а каждая пора, плавно искривляясь под