При изменении скорости куба на противоположную второе слагаемое меняет знак. Слагаемое это очень похоже на силу вязкого трения – она также направлена против скорости и пропорциональна ей по величине. (Если бы сила оказалась не зависящей от направления скорости, работа ее за период колебаний была бы нулевой и затухания не было бы.) Сделаем очень грубую оценку затухания. Возьмем четверть периода колебаний – от нуля до максимального отклонения от положения равновесия на s. Силу трения заменим на ее «среднее» значение, т.е. на половину от максимального значения f. Тогда работа этой силы будет равна $A = 0{,}5fs \approx 3\cdot10^{-3}$ Дж. Энергия колебаний системы вначале равна $W = ks^2/2 = 0{,}08$ Дж. Уменьшение амплитуды на 10% (по условию) соответствует потере 20% энергии, при потере же за четверть периода примерно 4% (это A/W) мы получим, что время заданного затухания составляет приблизительно один – полтора периода колебаний, т.е. 0,3 – 0,4 секунды.

Можно сделать и более аккуратную оценку – либо решая уравнение колебаний с затуханием, либо пользуясь аналогией с колебательным контуром, содержащим катушку, конденсатор и небольшой резистор (для этого случая все формулы хорошо известны). Однако и наша оценка вполне разумна.

А.Зильберман

Ф1633. *Цикл тепловой машины состоит из двух адиабат и двух изохор. Найдите КПД цикла, если известны температуры T_1 и T_2 — начальная и конечная для одной из адиабат. Рабочее тело — идеальный газ.*

Пусть цикл тепловой машины *1—2—3—4—1* состоит из адиабатического расширения *1—2*, изохорического охлаждения *2—3*, адиабатического сжатия *3—4* и изохорического нагревания *4—1*. Введем обозначения: T_1, T_2, T_3 и T_4 — температуры в точках *1, 2, 3* и *4* соответственно. Газ получает тепло от нагревателя ($Q_\text{н}$) на участке *4—1* и отдает тепло холодильнику ($Q_\text{х}$) на участке *2—3*. Для расчета КПД не обязательно знать уравнение адиабатического процесса, а вполне достаточно понимать, что отношение начальной и конечной температур на адиабате однозначно определяется отношением начального и конечного объемов. Отсюда следует, что $T_1 : T_2 = T_4 : T_3$. Запишем теперь выражение для КПД цикла:

$$\eta = \frac{A}{Q_\text{н}} = \frac{Q_\text{н} - Q_\text{х}}{Q_\text{н}}.$$

Найдем количество теплоты, полученное газом на участке *4—1*. В этом процессе газ работы не совершает, а полученное тепло идет целиком на повышение внутренней энергии газа, поэтому $Q_\text{н} = U_1 - U_4 = \nu C_V (T_1 - T_4)$. Аналогично, переданное холодильнику количество теплоты равно $Q_\text{х} = U_2 - U_3 = \nu C_V (T_2 - T_3)$. Тогда для искомого КПД получим

$$\eta = \frac{(T_1 - T_4) - (T_2 - T_3)}{T_1 - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4} = 1 - \frac{T_2 (1 - T_3/T_2)}{T_1 (1 - T_4/T_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Примечание: обратите внимание на то, что, хотя это выражение и напоминает внешне известную формулу для КПД идеальной тепловой машины, температуры в нашем случае совсем не те – в известную формулу подставляют температуры холодильника и нагревателя.

А.Зильберман

Ф1634. *В распоряжении физика есть два тепловых резервуара — очень горячий с температурой +200 °С и просто горячий с температурой +70 °С. Окружающая среда имеет постоянную температуру +20 °С. Физику велено сообщить очень горячему телу количество теплоты 1000 Дж и просто горячему — количество теплоты 2000 Дж. Какую минимальную механическую работу ему придется для этого совершить? Теплоемкости горячего и очень горячего тел можно считать очень большими.*

Передавать тепло от холодного тела к горячему позволяет так называемая обращенная тепловая машина. Она использует обычный тепловой цикл, но он проводится в обратном направлении, т.е. при контакте с горячим телом (нагревателем) рабочее тело не расширяется, совершая работу, а сжимается и при этом тепло перетекает в нагреватель, при контакте же с холодным телом (холодильником) рабочее тело расширяется и при этом тепло отнимается от холодильника. Если в качестве такой машины использовать идеальную тепловую машину, обратив ее цикл, то для перекачки заданной порции тепла между данными горячим и холодным телами потребуется минимальная работа.

Итак, мы используем обращенную идеальную тепловую машину, коэффициент полезного действия которой (в прямом цикле) нам известен:

$$\eta = \frac{A}{Q_\text{н}} = \frac{T_\text{н} - T_\text{х}}{T_\text{н}}.$$

Такое же соотношение между затраченной работой и количеством теплоты, переданным горячему телу, получится и в обращенном цикле. Осталось решить, сколько тепла очень горячее тело должно получить от холодного тела, а сколько – от горячего. И хотя ответ очевиден, проведем расчет. Обозначим количество теплоты, которое мы передадим непосредственно от холодного (T_3 = 293 К) к очень горячему (T_1 = 473 К) телу буквой Q, тогда от горячего (T_2 = 343 К) останется передать $Q_1 - Q$ тепла, где Q_1 = 1000 Дж. На все это понадобится работа

$$A_1 + A_2 = \frac{Q(T_1 - T_3)}{T_1} + \frac{(Q_1 - Q)(T_1 - T_2)}{T_1}.$$

Осталось найти количество теплоты, которое нужно передать от холодного тела горячему. При передаче $Q_1 - Q$ тепла очень горячему телу горячее «потеряло» только $(Q_1 - Q)T_2/T_1$ — остальное дала совершенная при этом работа. Значит, нужно еще сообщить количество теплоты $Q_2 + (Q_1 - Q)T_2/T_1$, где Q_2 = 2000 Дж. При этом необходимо совершить работу

$$A_3 = \left(Q_2 + \frac{(Q_1 - Q)T_2}{T_1}\right)\frac{T_2 - T_3}{T_2}.$$

Складывая рассчитанные величины работ, получаем