звено состоит из двух резисторов. К началу цепи подключен источник постоянного напряжения U = 12 В. Идеальный амперметр подключают параллельно первому резистору цепи (между точками $А$ и $Б$), и он показывает силу тока I_1 = 5 мА. Если тот же амперметр подключить между точками $Б$ и $В$ (параллельно второму резистору), то он покажет I_2 = 2 мА. Определите по этим данным сопротивления резисторов одного звена.

А.Зильберман

Ф1651. Конденсатор емкостью C заряжен до напряжения U_0. К нему подключают катушку индуктивностью L и в некоторый момент к выводам катушки подключают цепочку из параллельно соединенных катушки индуктивностью $2L$ и резистора с большим сопротивлением R (рис.7).

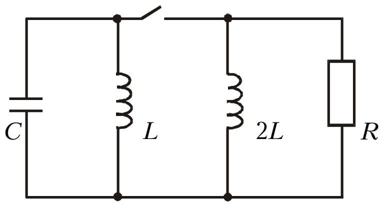

Рис.7

Какое количество теплоты выделится в резисторе? Зависит ли эта величина от момента подключения цепи к катушке? Элементы цепи считайте идеальными.

М.Учителев

Ф1652. К простой цепи, собранной из двух резисторов сопротивлением R = = 1 кОм и двух конденсаторов емкостью C = 1 мкФ, подведено напряжение сети: 220 В, 50 Гц (рис.8). Амперметр в схеме имеет очень маленькое сопротивление. Найдите показание амперметра. Обычно приборы переменного тока градуируются в действующих (эффективных) значениях.

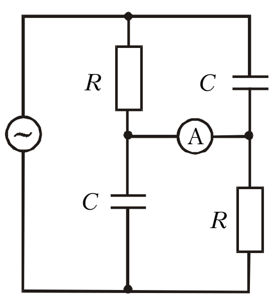

Рис.8

А.Зильберман

Решения задач М1616—М1620, Ф1628—Ф1637

М1616. *Дана правильная треугольная пирамида ABCD с плоскими углами* α *при вершине D. Плоскость, параллельная основанию, пересекает ребра DA, DB, DC в точках* A_1, B_1, C_1. *Поверхность многогранника* $ABCA_1B_1C_1$ *разрезали по пяти ребрам* A_1B_1, B_1C_1, C_1C, *CA и AB и полученную развертку уложили на плоскость. При каких* α *развертка будет (частично) накрывать сама себя?*

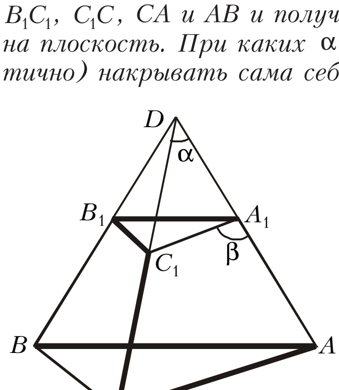

Рис.1

На рисунке 1 жирными линиями выделены ребра разреза данной развертки усеченной пирамиды. Обозначим через β угол $\angle AA_1C_1$. Ясно, что α = = $2\beta - 180°$. Если угол β достаточно большой, то отрезки A_1B_1 и $B_1'C_1'$ на развертке усеченной пирамиды (рис.2) должны пересекаться. Найдем значение угла β, при котором отрезок $B_1'C_1'$ проходит через вершину B_1. $\Delta A_1B_1'B_1$ — равнобедренный, так как $A_1B_1 = A_1B_1'$. Поэтому

$$\angle B_1B_1'A_1 = \frac{1}{2}\left(180° - \angle B_1A_1B_1'\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(180° - (360° - 60° - 2\beta)\right) = \beta - 60°.$$

С другой стороны, $\angle B_1B_1'A_1 = 360° - 2\beta$. Отсюда получаем β = 140°. Следовательно, $\alpha = 2\beta - 180° = 100°$.

Ответ: данная развертка усеченной треугольной пирамиды будет накрывать (частично) сама себя при любом значении $100° < \alpha < 180°$.

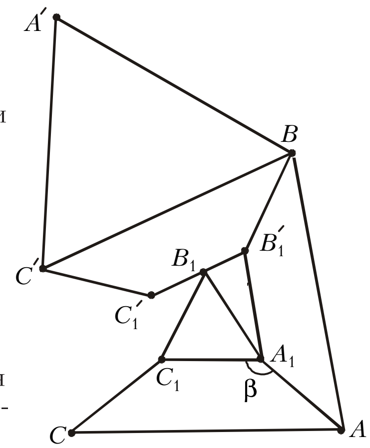

Рис.2

Замечание. До сих пор не решена следующая геометрическая проблема. Пусть дан выпуклый многогранник. У него имеется несколько различных разверток. Всегда ли среди них имеется хотя бы одна самонепересекающаяся? Ответ на этот вопрос неизвестен. Проблема относится к числу очень трудных: не зря ее называют a killer problem (проблема-убийца).

Легко убедиться в том, что у любого тетраэдра каждая развертка самонепересекающаяся. Что касается многогранников с пятью гранями, то, как видно из решения задачи, уже имеются такие, у которых не все развертки самопересекающиеся. Заметим, что рассмотренная усеченная пирамида даже при $\alpha > 100°$ имеет помимо самопересекающихся также самонепересекающиеся развертки.

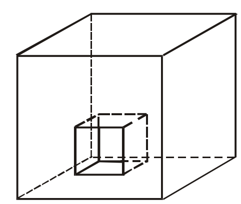
Рис.3

Вызывает удивление, что до сих пор неизвестен ни один невыпуклый многогранник (гомеоморфный сфере) с выпуклыми гранями, который бы имел лишь самопересекающиеся развертки.

Невыпуклый многогранник с невыпуклыми гранями, который допускает лишь самопересекающиеся развертки, представлен на рисунке 3.

Н.Долбилин

М1617*. *Дан правильный шестиугольник со стороной 100. Каждая его сторона разделена на 100 равных частей, и через точки деления проведены всевозможные прямые линии, параллельные сторонам шестиугольника (образующие сетку единичных правильных треугольников). Рассмотрим произвольное покрытие шестиугольника единичными ромбами, каждый из которых состоит из двух соседних треугольников сетки. Сколько существует линий сетки, разрезающих пополам (на два треугольника) а) 17 ромбов; б) k ромбов (для каждого* $k \geq 1$)? *(Зависит ли ответ от покрытия?)*

Каждая сторона любого ромба, участвующего в разбиении шестиугольника, имеет одно из трех направлений