в разреженной атмосфере в каждой точке орбиты касательная к траектории полета спутника образует с местной горизонталью малый, но отличный от нуля угол

$$\alpha \approx \operatorname{arctg} \frac{4\pi F_{\text{сопр}} R}{mg \cdot 2\pi R} = \frac{2F_{\text{сопр}}}{mg}.$$

Угол этот не постоянный, а зависит от силы сопротивления среды и, следовательно, от высоты полета спутника. Чем сильнее тормозится тело, тем больше этот угол. Формально спутник двигается как тело, соскальзывающее с наклонной плоскости, причем составляющая силы тяжести вдоль наклонной плоскости равна $mg\sin\alpha \simeq 2F_{\text{сопр}}$, т.е. удвоенной силе сопротивления среды. Если векторно сложить эту силу с силой сопротивления среды, направленной против движения спутника, то результирующая сила окажется равной по величине $F_{\text{сопр}}$ и ускоряющей спутник в направлении вперед. Вот вам и объяснение аэродинамического парадокса.

Внимательный читатель, наверное, уже заметил, что аэродинамический парадокс, в том виде, как он был сформулирован, обязан замечательной особенности, которая есть у гравитационного (и кулоновского) поля, где полная энергия тела равна кинетической, взятой со знаком «минус». К примеру, если бы сила притяжения спутника к Земле зависела от R как $1/R^3$, то в разреженной атмосфере тангенциальное ускорение спутника равнялось бы $F_{\text{сопр}}/(3m)$. (Движение спутника в общем случае степенной зависимости силы притяжения от радиуса в разреженной атмосфере рассматривается в упражнении 4.)

Расчеты ускорения спутника были выполнены на основе баланса энергии спутника в гравитационном поле с учетом работы внешней силы сопротивления. Этот же результат можно получить другим путем, не прибегая к закону сохранения энергии, а используя уравнение для скорости изменения момента импульса $L = mvR$ спутника на круговой орбите:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = M, \qquad (7)$$

где $M = -F_{\text{сопр}}R$ — момент внешней силы (силы сопротивления среды), уменьшающий момент импульса спутника при его торможении в атмосфере и спуске с высокой орбиты на низкую. Пусть ΔL — изменение момента импульса спутника за один виток орбиты. Как и раньше, считаем, что плотность газа на орбите столь мала, что сила $F_{\text{сопр}}$ приводит к малому возмущению орбиты на одном витке. Имеем: $\Delta L = mv\Delta R + mR\Delta v$, откуда из уравнения (7) и выражения $\Delta v = -v\Delta R/(2R)$, справедливого в случае ньютоновского поля тяготения, сразу же получаются те же самые результаты для Δv, ΔR и $a_{\text{т}}$.

Уравнение моментов (7) позволяет упростить решение многих задач о движении спутника в гравитационном поле с центральной симметрией, потому что в этом случае не надо учитывать момент силы тяжести – вектор этой силы проходит через центры масс спутника и Земли и ее момент равен нулю.

Аэродинамический парадокс спутника и связанные с этим явлением вопросы имеют важное прикладное значение. Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. *Плотность атмосферы на больших высотах.*

Наблюдения за торможением спутников позволяют определить профиль плотности атмосферы на таких высотах, куда не могут подняться самолеты и воздушные шары-зонды.

Действительно, если единственная сила, изменяющая момент импульса спутника, – это сила сопротивления $F_{\text{сопр}} = C_x\rho v^2 S_x/2$, где $\rho = \rho(R)$ — неизвестная функция радиуса орбиты R или высоты полета $h = R - R_0$, то из уравнения моментов (путем несложных математических преобразований, с которыми вы сможете справиться самостоятельно) получаются уравнения для определения функции $\rho(R)$ по наблюдениям за скоростью уменьшения радиуса орбиты dR/dt или периода обращения спутника dT/dt на разных высотах:

$$\rho(R) = -\frac{1}{2CvR}\frac{dR}{dt}, \qquad (8)$$

$$\rho(R) = -\frac{1}{6\pi CR}\frac{dT}{dt}, \qquad (9)$$

где $C = C_x S_x/(2m)$ — постоянный множитель, который называют баллистическим коэффициентом спутника (он имеет размерность $м^2 \cdot кг^{-1}$). Формулы (8) и (9) справедливы для круговых орбит на больших высотах, когда взаимодействие спутника с молекулами газа лишь слегка возмущает орбиту.

До запуска искусственных спутников Земли сведения об атмосфере на больших высотах добывались только на основе астрономических и (какое-то время) с помощью радиолокационных наблюдений за движением метеоритов и метеоракет. Навигационные возможности спутников, и прежде всего наличие на спутнике радиопередатчика и автономных навигационных приборов, а также использование наземных ЭВМ качественно изменили задачу слежения за параметрами орбиты тела в окрестностях Земли. Благодаря многочисленным наблюдениям за полетами искусственных спутников на разных высотах, вхождением аппаратов в плотные слои атмосферы, сейчас имеется обширная информация о плотности газа верхней атмосферы, ее зависимости от времени года, суток, широты, солнечной активности и т.д.

Очевидно, что эксперименты по определению плотности газа атмосферного «хвоста» планеты удобнее проводить на спутниках шарообразной формы, когда площадь сечения S_x, и следовательно, баллистический коэффициент C, не зависит от ориентации спутника. Именно такую форму имели американские спутники-зонды серии «Эксплорер». К тому же, они были сделаны специально пустотелыми, что увеличивало эффективность их торможения в разреженном газе при зондировании земной атмосферы, которое проводилось в широком диапазоне высот — вплоть до 1000 км, где плотность газа меньше $10^{-13} - 10^{-15}$ кг/м^3.

Пример 2. *Последний виток.*

Оценим, на какую высоту $\Delta h = \Delta R$ снижается спутник в разреженной атмосфере за один виток полета. Пусть спутник имеет массу 10^3 кг и площадь миделевого сечения 1 м^2, а на высоте 200 км плотность воздуха в среднем составляет $4 \cdot 10^{-10}$ кг/м^3. Из формулы (6) получаем

$$\Delta R = \frac{4\pi\rho v^2 S_x R}{mg} \simeq 2 \text{ км}.$$

На первый взгляд, ΔR вроде бы малая величина, и вектор скорости спутника в каждой точке траектории полета на этой высоте отклоняется от местной горизонтали на ничтожно