

Рис. 1

боковых гранях оказалась равна 12, во второй – 15. Какое число написано на грани, противоположной той, где написана цифра 3?
А.Кустарев

7 класс

1. Расставьте скобки и знаки арифметических действий так, чтобы получилось верное равенство:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6009} = 2003.$$

Т.Голенищева-Кутузова, И.Яценко

2. Квадратную салфетку сложили пополам, полученный прямоугольник сложили пополам еще раз. Полученный квадрат разрезали ножницами (по прямой). Могла ли салфетка распаться на а) 2; б) 3; в) 4; г) 5 частей?
А.Чеботарев

3. Найдите делящееся на 3 и на 4 семизначное число, все цифры которого – двойки и тройки, причем двоек больше, чем троек.
О.Карпенков

4. Прямоугольник разрезали шестью вертикальными и шестью горизонтальными разрезами на 49 прямоугольников. Оказалось, что периметр каждого из полученных прямоугольников – целое число метров. Обязательно ли периметр исходного прямоугольника – целое число метров?
В.Произволов

5. В честь праздника 1% солдат получили новое обмундирование. Солдат расставили в виде прямоугольника так, что не менее чем в 30% колонн и не менее чем в 40% шеренг есть хотя бы по одному солдату в новом обмундировании. Какое наименьшее число солдат могло быть в полку?
Р.Федоров

6. Куб размером $3 \times 3 \times 3$ состоит из 27 единичных кубиков. Можно ли побывать в каждом кубике по одному разу, двигаясь следующим образом: из очередного кубика можно пройти в любой кубик, имеющий с данным общую грань, причем запрещено ходить два раза подряд в одном направлении?
С.Токарев

Избранные задачи старших классов

1. В семье 4 человека. Если Маше удвоят стипендию, общий доход всей семьи возрастет на 5%, если вместо этого маме удвоят зарплату – на 15%, если же зарплату удвоят папе – на 25%. На сколько процентов возрастет доход всей семьи, если бабушке удвоят пенсию? (8)¹
Л.Звавич, А.Чеботарев

2. Придумайте десятизначное число, в записи которого нет нулей и при прибавлении к которому произведения его цифр получается число с таким же произведением цифр. (8)
А.Хачатурян

3. Можно ли покрасить некоторые клетки доски 8×8 так, чтобы в любом квадрате 3×3 было ровно 5 закрашенных клеток, а в каждом прямоугольнике 2×4 (вертикальном или горизонтальном) – ровно 4 закрашенные клетки? (8)
П.Пушкарь

4. В треугольнике ABC на сторонах AC и BC взяты соответственно точки X и Y такие, что $\angle ABX = \angle YAC$, $\angle AYB = \angle BXC$, $XC = YB$. Найдите углы треугольника ABC . (8)

Т.Караваяева

5. В стране 15 городов, некоторые из них соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что если любая из авиакомпаний прекратит полеты, можно будет добраться из любого города в любой другой (возможно, с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране? (8)
Р.Федоров

6. Петя задумал целое число, большее 100. Маша называет целое число, большее 1. Если Петинo число делится на это число, Маша выигрывает. В противном случае Петя вычитает из своего числа названное, а Маша называет следующее число. Она не может повторять числа, названные ранее. Если Петинo число станет отрицательным, Маша проигрывает. Есть ли у нее выигрышная стратегия? (8)
А.Чеботарев

7. Хулиганы Джей и Боб на уроке черчения нарисовали головастиков (четыре окружности на рисунке 2 одного радиуса, треугольник равносторонний, горизонтальная сторона этого треугольника – диаметр окружности). У какого из головастиков площадь больше? (9)
Р.Федоров

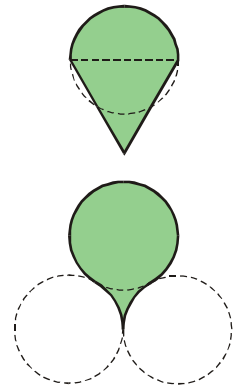


Рис. 2

8. Имеется шоколадка в форме равностороннего треугольника со стороной n , разделенная бороздками на равносторонние треугольники со стороной 1. Играют двое. За ход можно отломить от шоколадки треугольный кусок вдоль бороздки, съесть его, а остаток передать противнику. Побеждает тот, кто получит последний кусок – треугольник со стороной 1. Тот, кто не может сделать ход, досрочно проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре? (9)
А.Хачатурян

9. В окружность вписан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB . Пусть K – середина дуги BC , не содержащей точку A , N – середина отрезка AC , M – точка пересечения луча KN с окружностью. В точках A и C проведены касательные к окружности, которые пересекаются в точке E . Докажите, что $\angle EMK = 90^\circ$. (9)
И.Шарыгин

10. В тюрьму поместили 100 узников. Надзиратель сказал им: «Сегодня вы поговорите друг с другом, а потом я расскажу вас по отдельным камерам. Иногда я буду одного из вас отводить в комнату, в которой есть лампа (вначале она выключена). Уходя из комнаты, вы можете оставить лампу как включенной, так и выключенной.

Если в какой-то момент кто-то из вас скажет мне, что вы все уже побывали в комнате, и будет прав, то я всех вас выпущу на свободу. А если не прав – скормлю всех крокодилам. Если будете молчать, то все побываете в комнате и ни для кого никакое посещение комнаты не станет последним».

Придумайте стратегию, гарантирующую узникам освобождение. (9)
Фольклор

¹ В скобках после номера задачи указан класс, в котором она предлагалась.