

ся до некоторого максимального напряжения. Чему будет равно это напряжение?

После замыкания ключа K мы будем иметь колебательный контур, состоящий из заряженного конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L_1 . Конденсатор начнет разряжаться, и когда напряжение на нем станет нулевым, начальная энергия конденсатора полностью перейдет в энергию магнитного поля катушки. Если в этот момент ток через катушку равен I_L , то можно записать

$$\frac{CU_0^2}{2} = \frac{L_1 I_L^2}{2}.$$

Отсюда находим искомый ток:

$$I_L = U_0 \sqrt{\frac{C}{L_1}}.$$

Это – максимальный ток через катушку индуктивностью L_1 , затем он начнет уменьшаться, при этом часть его будет перезаряжать конденсатор, а часть потечет через катушку индуктивностью L_2 . Пусть в некоторый момент через первую катушку течет ток I_1 , а через вторую – ток I_2 . Тогда по закону Ома для контура, охватывающего обе катушки, можно записать

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$L_1 I_1 + L_2 I_2 = \text{const}.$$

Константу найдем из начальных условий. В тот момент, когда ток через катушку индуктивностью L_1 был максимален и равен $U_0 \sqrt{C/L_1}$, ток через катушку индуктивностью L_2 был равен нулю, следовательно,

$$\text{const} = U_0 \sqrt{L_1 C}.$$

Тогда решение принимает вид

$$L_1 I_1 + L_2 I_2 = U_0 \sqrt{L_1 C}.$$

Когда напряжение на конденсаторе достигнет максимального значения, ток через конденсатор будет равен нулю, а через катушки будет течь общий ток, который обозначим через I_{12} . Используя предыдущее соотношение, можно записать

$$(L_1 + L_2) I_{12} = U_0 \sqrt{L_1 C},$$

откуда

$$I_{12} = \frac{U_0 \sqrt{L_1 C}}{L_1 + L_2}.$$

Пусть максимальное напряжение на конденсаторе равно U_m . Поскольку в нашей цепи нет тепловых потерь, для любого момента времени мы можем воспользоваться законом сохранения энергии. Полная энергия цепи, очевидно, равна $CU_0^2/2$. В тот момент, когда конденсатор перезарядится и напряжение на нем достигнет максимального значения, часть энергии будет сосредоточена в конденсаторе:

$$W_C = \frac{1}{2} CU_m^2,$$

а остальная часть – в катушках индуктивности:

$$W_L = \frac{1}{2} (L_1 + L_2) I_{12}^2 = \frac{1}{2} \frac{L_1 CU_0^2}{L_1 + L_2}.$$

По закону сохранения энергии,

$$\frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} CU_m^2 + \frac{1}{2} \frac{L_1 CU_0^2}{L_1 + L_2}.$$

Отсюда получаем

$$U_m = U_0 \sqrt{\frac{L_2}{L_1 + L_2}}.$$

Задача 3. При разомкнутом ключе K (рис. 3) конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ заряжен до напряжения $U_0 = 12$ В, ЭДС аккумулятора $\mathcal{E} = 5$ В, индуктивность катушки $L = 2$ Гн, D – идеальный диод. Каким будет максимальный ток в цепи после замыкания ключа? Чему будет равно напряжение на конденсаторе в установившемся режиме после замыкания ключа?

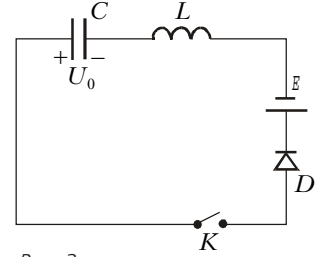


Рис. 3

Поскольку в схеме находится катушка индуктивности, сразу после замыкания ключа ток в цепи будет равен нулю, затем будет происходить нарастание тока, и в некоторый момент он достигнет максимального значения. При максимальном токе в цепи ЭДС индукции в катушке будет равна нулю, и по закону Ома для замкнутой цепи напряжение на конденсаторе в этом случае должно быть равно ЭДС аккумулятора. Обозначим это напряжение через U_1 ($U_1 = \mathcal{E}$) и найдем величину максимального тока. Для этого воспользуемся законом сохранения энергии. За время установления максимального тока в цепи протек заряд

$$\Delta q = CU_0 - CU_1 = C(U_0 - U_1).$$

Для перемещения этого заряда против ЭДС аккумулятора необходимо совершить работу

$$A = \Delta q \mathcal{E} = C\mathcal{E}(U_0 - U_1).$$

Наличие максимального тока I_m в катушке приводит к появлению энергии магнитного поля

$$W_L = \frac{1}{2} LI_m^2.$$

Разность энергий конденсатора в начальном и конечном состоянии равна сумме совершенной работы и энергии катушки:

$$\frac{1}{2} CU_0^2 - \frac{1}{2} CU_1^2 = A + W_L = C\mathcal{E}(U_0 - U_1) + \frac{1}{2} LI_m^2.$$

Отсюда находим

$$I_m = (U_0 - \mathcal{E}) \sqrt{\frac{C}{L}} \approx 0,022 \text{ А}.$$

Теперь рассмотрим вопрос об установившемся значении напряжения на конденсаторе. После прохождения максимума ток в цепи будет уменьшаться и в конечном итоге станет равным нулю. Поскольку течь в обратном направлении ток не может (мешает диод), то установится стационарное состояние: ток равен нулю, а на конденсаторе имеется некоторое постоянное напряжение, которое обозначим через U_K . Это напряжение можно найти по закону сохранения энергии. За все время с момента замыкания ключа до установления стационарного состояния изменение энергии конденсатора пошло на работу по перемещению всего протекшего заряда против ЭДС аккумулятора:

$$\frac{1}{2} CU_0^2 - \frac{1}{2} CU_K^2 = C\mathcal{E}(U_0 - U_K).$$

После простых преобразований это уравнение будет иметь вид

$$(U_0 - U_K)(U_0 - 2\mathcal{E} + U_K) = 0.$$

Такое уравнение имеет два решения. Первое решение $U_K = U_0$