Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы начинаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант» (с пометкой «Конкурс «Математика 6–8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

Как и прежде, мы приветствуем участие не только отдельных школьников, но и математических кружков. Руководителей кружков просим указать электронный адрес или контактный телефон. По традиции, кружки-победители заочного конкурса приглашаются на финальный очный турнир.

1. Восемь одинаковых по внешнему виду монет расположены по кругу. Известно, что три из них – фальшивые, и они расположены рядом друг с другом. Вес фальшивой монеты отличается от веса настоящей. Все фальшивые монеты весят одинаково, но неизвестно, тяжелее или легче фальшивая монета настоящей. Покажите, что за 3 взвешивания на чашечных весах без гирь можно определить все фальшивые монеты.

И. Николаева

2. Даны три отрезка, длины x, y, z которых удовлетворяют равенству

$$x^4yz + y^4zx + z^4xy = x^3y^3 + y^3z^3 + z^3x^3.$$

Докажите, что площадь квадрата, сторона которого равна одному из данных отрезков, равна площади прямоугольника, стороны которого образованы двумя другими отрезками.

А. Жуков

3. Если к 2 приписать справа 5, то получится 25 – точный квадрат. Получится ли точный квадрат, если

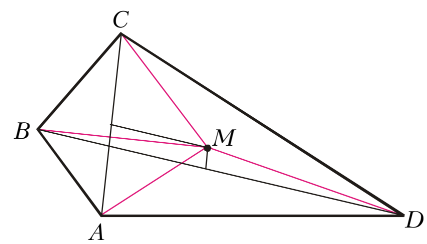
а) к числу 2^{2m+1} приписать справа число 5^{2n+1};

б) к числу 2^{2m} приписать справа число 5^{2n}?

Здесь m, n – натуральные числа.

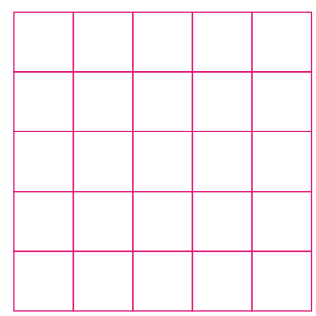
А. Зайчик

4. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ через середины диагоналей проведены прямые, параллельные диагоналям. Эти прямые пересекаются в точке M. Докажите, что площадь треугольника ABM равна площади

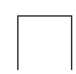


треугольника CMD, а площадь треугольника BMC равна площади треугольника AMD.

М. Волчкевич



5. В мастерской изготавливают квадратные решетки, состоящие из квадратных ячеек со стороной 1. Для этого используют заготовки, состоящие из трех стержней длиной 1, сваренных под прямыми углами в виде буквы «П».



При изготовлении решетки запрещается накладывать стержни друг на друга; допускается лишь сваривать их между собой в точках касания.

Для каких n мастерская может изготовить решетку размером $n \times n$?

И. Воронович, Е. Барабанов, И. Акулич

Подозрительные фертинги

И.АКУЛИЧ

— Так о чем я? А? Никто не помнит? Ах, да – о математике, провалиться мне на этом месте! Значит, вы утверждаете, что математика капиталисту ни к чему? – говорил владелец макаронного заведения Скуперфильд консервному фабриканту Скрягинсу во время перерыва в очередном заседании Большого Бредлама.[1] Остальные присутствующие в разговоре не участвовали, но прислушивались к нему не без интереса.

[1] *Подробности см. в романе-сказке Н.Носова «Незнайка на Луне».*