равно 8, а площадь треугольника BOC равна 1. Найдите площадь трапеции.

18. Вычислите площадь поверхности, полученной вращением ромба, площадь которого равна 4, вокруг своей стороны.

19. Найдите точки на графике функции $y = |x - 5| - 3$, ближайшие к точке $M(5; 3)$.

20. При каких действительных значениях параметра a уравнение $1 - ax^2 = 2|ax + 1|$ имеет хотя бы один корень на интервале $(-1/2; 0)$?

Вариант 2

(физико-технический факультет)

1. Найдите число $A > 0$, если оно составляет 20% от $2A^2 - A$.

2. Решите уравнение

$$\frac{4}{x-1} = \frac{2x+1}{x^2+x-2}.$$

3. Вычислите

$$\frac{\log_2 3 + \log_4 9}{\log_8 27 - \log_2 27}.$$

Убедитесь, что это число – целое.

4. Решите уравнение $\log_5(1+x) = \log_{25}(1-2x)$.

5. Вычислите

$$\frac{\sqrt{2}\sin\alpha}{\cos(\alpha + \pi/4)},$$

если $\operatorname{tg}\alpha = 2$.

6. Какое число больше: $a = \sin 17^\circ$ или $b = \cos(2\pi/5)$?

7. Решите уравнение $2^{x+1} - 2^{3-x} = 6$.

8. Найдите $f(3)$, если $f(\log_2 x) = \log_4(2x)$.

9. Решите уравнение $\sin 3x + \cos 2x = \sin x$.

10. Найдите количество целых решений неравенства

$$\left|x^2 - 1\right| \le \left|x^2 - 7\right|.$$

11. Решите уравнение $2(x+4)^2 = \sqrt{x^2 + 8x + 19}$.

12. Напишите уравнение касательной к графику $y = x^2 - 4x$, проходящей через точку $M(2; -4)$.

13. Решите неравенство

$$\sqrt{\frac{3-x}{x+1}} > 1.$$

14. Решите неравенство $(\operatorname{tg}^2 x + 2)|\cos x| \le 2$.

15. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\operatorname{tg}^2 x - 1} + \sqrt{\pi x - x^2}.$$

16. Найдите все пары натуральных чисел $(x; y)$, являющиеся решениями системы уравнений

$$\begin{cases} x^3 = 5x^2 - y^2, \\ y^2/4 = y - x^2. \end{cases}$$

17. Отрезок, параллельный основанию трапеции, делит трапецию на части, площади которых относятся как 3 : 5. Найдите длину этого отрезка, если основания трапеции равны 2 и 6.

18. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна $\sqrt{17}$, площадь его основания равна 6, а тангенс угла, образованного диагональю параллелепипеда с его основанием, равен $2/\sqrt{13}$. Найдите объем параллелепипеда.

19. Найдите множество значений функции

$$y = \frac{2x + x^{-1}}{4x^2 + x^{-2} + 8}.$$

20. Найдите все положительные значения параметра a, при которых промежуток $[-3; -1]$ содержится в множестве решений неравенства $|x + a| < 2a^2(a - x)^{-1}$.

Публикацию подготовили
И.Ильин, И.Комарчев, С.Преображенский

ОЛИМПИАДЫ

XLIII Международная математическая олимпиада

XLIII Международная математическая олимпиада (ММО) прошла с 19 по 30 июля 2002 года в городе Глазго (Шотландия) с участием 479 школьников из 84 стран мира. В нынешнем году, впервые в истории выступления на ММО не только команды России, но и команды Советского Союза, все наши школьники завоевали золотые медали. До этого по 5 золотых медалей на ММО команды СССР и России завоевывали в 1965, 1966, 1968 годах (в тот период по регламенту команды состояли из 8 участников), а также в 1984, 2000 и 2001 годах (6 участников).

Особо следует выделить выступление Андрея Халявина. Только трем участникам, в том числе и ему, удалось решить все 6 задач и набрать 42 балла (два других абсолютных результата у школьников из Китая). Второй результат – 36 баллов – показали 6 школьников, среди них Андрей Бадзян и Олег Гольберг. Следует отметить, что впервые Россию на ММО представляли сразу два девятиклассника: Андрей Бадзян (ФМЛ 31, Челябинск) и Михаил Дубашинский (ФМЛ 239, Санкт-Петербург). Кроме них в команду вошли десятиклассник Олег Гольберг (школа 8, Ростов-на-Дону) и выпускники Андрей Халявин (ФМЛ, Киров), Кирилл Сухов (ФМЛ 239, Санкт-Петербург), Олег Стырт (лицей 64, Омск). Запасным членом команды был выпускник школы 33 из Ярославля Егор Куликов.

Наши участники не потеряли ни одного балла (!) при решении легких и средних задач и в итоге показали такие результаты:

	1	2	3	4	5	6	Σ
А.Халявин	7	7	7	7	7	7	42
А.Бадзян	7	7	5	7	7	3	36
О.Гольберг	7	7	1	7	7	7	36
К.Сухов	7	7	1	7	7	3	32
М.Дубашинский	7	7	1	7	7	0	29
О.Стырт	7	7	1	7	7	0	29

(задачу 3 решили 14, задачу 6 – 12 участников олимпиады).