Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы завершаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант» (с пометкой «Конкурс «Математика 6–8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

Как и прежде, мы приветствуем участие не только отдельных школьников, но и математических кружков. Руководителей кружков просим указать электронный адрес или контактный телефон.

16. Докажите, что сумма натуральных чисел от 1 до n равна произведению двух последовательных натуральных чисел тогда и только тогда, когда $n^2+(n+1)^2$ является квадратом целого числа.

В.Произволов

17. Пятеро друзей – Андрей, Боря, Вася, Гена и Дима – провели турнир по настольному теннису, играя парами так, что каждая пара сыграла с каждой одну игру. В результате Андрей в общей сложности проиграл 12 раз, а Борис – 6 раз. (Ничьих в теннисе не бывает.) Сколько раз выиграл каждый из игроков?

В.Каскевич

18. Перпендикуляр к середине одной из сторон треугольника делит его на 2 части, площади которых различаются в 3 раза. Перпендикуляр к середине другой стороны делит его на 2 части, площади которых различаются не в 3 раза. Во сколько раз различаются площади частей, на которые делит треугольник перпендикуляр к середине третьей стороны?

И.Акулич

19. Докажите, что для любого натурального n число $n^{n+1}+(n+1)^{n+2}+(n+2)^{n+3}$ составное.

А.Зайчик

20. Найдите все пары целых чисел (a, b), для которых уравнение

$$x^2+xy+y^2=3a^2+b^2$$

имеет решения в целых числах (x, y).

В.Каскевич