$$B = \frac{4mg}{3al}.$$

9. Поскольку в условии задачи специально не оговорено положение оптической оси объектива, будем решать задачу, полагая, что эта ось проходит через центр Солнца. Тогда можно утверждать, что изображение Солнца (весьма удаленного от объектива светящегося шара), даваемое первой собирающей линзой, должно располагаться в ее фокальной плоскости и иметь вид круга, центр которого лежит на оптической оси, а радиус равен $r = F_1 \operatorname{tg}\alpha$, где α – половина угла, под кото-

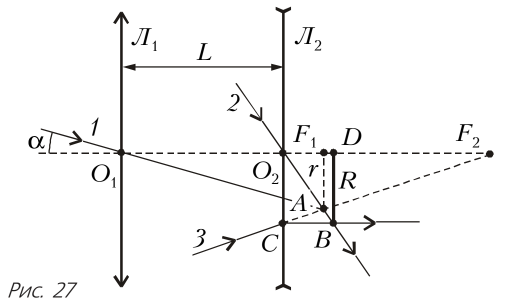

Рис. 27

рым виден диаметр Солнца из места расположения линзы (рис.27).

По условию задачи рассеивающая линза расположена за собирающей на расстоянии L, меньшем фокусного расстояния последней. Поэтому для нахождения изображения Солнца, получаемого с помощью заданного объектива, круг радиусом r следует рассматривать как мнимый предмет, изображение которого рассеивающей линзой и является искомым. Воспользовавшись формулой линзы, можно найти положение изображения, формируемого рассеивающей линзой, а затем, используя формулу для поперечного увеличения, определить радиус R изображения Солнца, получаемого с помощью данного объектива. Однако решить задачу можно и не прибегая к указанным формулам, а построив изображение круга радиусом r, полагая, как и при использовании ранее указанных соотношений, что, изображение Солнца является стигматичным.

На рисунке 27 показан один из возможных вариантов такого построения. Здесь цифрой *1* обозначен один из лучей, идущих от крайних точек Солнца и проходящих через оптический центр O_1 собирающей линзы $Л_1$. Ход этого луча за точкой его пересечения с главной плоскостью рассеивающей линзы $Л_2$ вплоть до точки A его пересечения с фокальной плоскостью собирающей линзы показан пунктирной линией. По предположению, изображение Солнца является стигматичным, т.е. все лучи, исходящие из некоторой его точки, должны пересекаться в одной и той же одной точке – точке, являющейся изображением рассматриваемой точки Солнца. Поэтому для нахождения изображения точки A можно воспользоваться, например, лучом *2*, совпадающим с побочной оптической осью рассеивающей линзы, проходящей через точку A, и лучом *3*, продолжение которого (на рисунке 27 оно изображено пунктирной линией) проходит через точку A и главный фокус F_2 рассеивающей линзы. После пересечения главной плоскости линзы $Л_2$ в точке C луч *3* выходит из нее параллельно оптической оси объектива и пересекает луч *2* в точке B, являющейся изображением точки A. Из подобия прямоугольных треугольников F_1F_2A и O_2F_2C следует, что $r/R = \left(|F_2| - F_1 + L\right)/|F_2|$.

Поскольку изображения Солнца, создаваемые неизвестной тонкой линзой и данным объективом, должны быть одинаковыми, то главная оптическая ось этой линзы должна проходить через центр Солнца, а ее фокусное расстояние должно быть равно

$$F = \frac{R}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{F_1|F_2|}{|F_2| - F_1 + L} = 25 \text{ см}.$$

10. Падающий на пластинку параллельный пучок фотонов, имеющих одинаковую энергию, с точки зрения электромагнитной теории света следует рассматривать как плоскую монохроматическую волну, частота колебаний в которой равна $\nu = W/h$, где $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с – постоянная Планка. Часть этой волны, падающая на горизонтальную плоскость пластинки, внутри нее распространяется в прежнем направлении, так как скорость фотонов направлена вертикально вниз. Часть же волны, падающая на образующую с горизонтом угол α плоскую поверхность пластинки, испытывает преломление (рис.28). Считая, как обычно, стекло однородным прозрачным изотропным материалом, на основании известного закона геометрической оптики можно доказать, что нормаль к волновому фронту этой части волны внутри пластинки должна образовывать с вертикалью угол β, удовлетворяющий соотношению

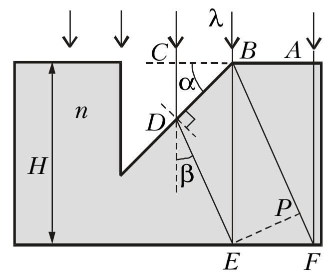

Рис. 28

$\sin\alpha = n\sin(\alpha - \beta)$, или $\beta = (1 - 1/n)\alpha$, так как $\alpha \ll 1$ рад.

По условию задачи на матовой нижней плоскости пластинки наблюдается интерференционная картина. Поскольку в задаче требуется определить наибольший порядок максимума в этой картине, будем считать, что интерференционная картина может наблюдаться во всей области, где имеет место наложение световых пучков. Из рисунка 28 ясно, что интерференция может иметь место лишь на отрезке EF. Считая, что пластинка находится в воздухе, показатель преломления которого, как обычно, будем считать равным единице, можно доказать, что при заданных параметрах пластинки и энергии падающих фотонов наибольшая разность хода будет иметь место в точке F. Следовательно, максимальный порядок наблюдаемого интерференционного максимума должен быть равен целой части отношения разности длин отрезков BF и AF к длине волны λ распространяющегося в пластинке излучения. Поскольку скорость света в вакууме равна $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, а фазовая скорость света в пластинке в n раз меньше, то искомый порядок интерференции должен быть равен целой части отношения

$$\frac{BF - AF}{\lambda} n = \frac{nH}{\lambda}\left(\frac{1}{\cos\beta} - 1\right), \text{ где } \lambda = \frac{hc}{W}.$$

Учитывая, что, в силу малости угла, $\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} \approx \approx 1 - \beta^2/2$, получим

$$k_{\max} \approx E\left\{\frac{nH\beta^2}{2\lambda}\right\} = E\left\{\frac{(n-1)^2\alpha^2 HW}{2nhc}\right\} = 6,$$

где символ $E\{\ldots\}$ означает, что от стоящего в фигурных скобках выражения должна быть взята целая часть.

Факультет вычислительной математики и кибернетики

1. $\tau = \dfrac{2L}{v_0}\dfrac{M^2}{m^2}$.

2. $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta + \sqrt{1 + \left(m\sin^2\beta\right)/M}} = \operatorname{arctg} 0{,}4 \approx 22^\circ$.

3. $H = h\left(1 + \dfrac{M_1 + m}{M_2}\right) = 25$ см.

4. $a_1 = \sqrt{a_2(4g - a_2)}/2 \approx 9{,}7$ м/с^2.