

держат не более 2 центров регионов. Тогда возможны лишь 3 случая:

- 1) 1-я линия пустая (не содержит ни одного центра);
- 2) 2-я линия пустая;
- 3) 1-я и 2-я линии содержат ровно по одному центру.

В первом случае нижняя полоска (1×5) не пересекается ни с одним из пяти регионов (не имеет с ними ни одной общей клетки). Поэтому из нее можно вырезать два прямоугольника размером 1×2.

Для анализа второго случая закрасим в квадрате три «вертикальных» и четыре «горизонтальных» прямоугольника размером 1×2, как показано на рисунке 5. Поскольку 2-я линия пустая, то каждый из пяти регионов имеет общие клетки ровно с одним из семи закрашенных прямоугольников. Следова-

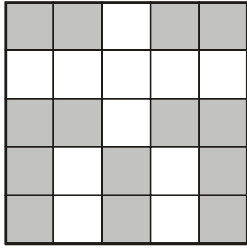


Рис. 5

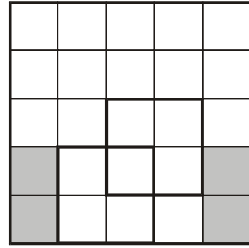


Рис. 6

тельно, по крайней мере два закрашенных прямоугольника обязательно останутся целыми.

Аналогично исследуется третий случай. Если регионы, центры которых находятся на 1-й и 2-й линиях, пересекаются, то из двух нижних полосок можно вырезать два «вертикаль-

ных» прямоугольника размером 1×2, как показано на рисунке 6. Если эти регионы не пересекаются, то можно вырезать «вертикальный» и «горизонтальный» прямоугольник размерами 1×2, как показано на рисунке 7.

Замечание. Как указал С.Волченков, более двух прямоугольников размером 1×2 из исходного квадрата вырезать невозможно.

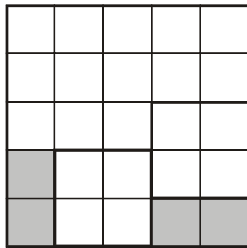


Рис. 7

Калейдоскоп «Кванта»

Вопросы и задачи

1. Да. Если, например, дуть ритмично, в такт собственным колебаниям груза.
2. Да. Надо раскачивать дверь с частотой, равной собственной частоте колебаний двери. При резонансе амплитуда колебаний может достигнуть больших значений.
3. Энергия колебаний увеличивается благодаря периодическому изменению параметров системы, а именно – расстояния от точки подвеса до положения центра тяжести человека и качелей, при котором человек совершает работу.
4. При малом затухании амплитуда колебаний в режиме резонанса, а значит, и запасаемая системой энергия будут больше. А для этого потребуется большее время.
5. Нет. С ростом амплитуды колебаний моста увеличиваются потери энергии за период. Когда они сравняются с приростом энергии при ударе, дальнейшая раскачка прекратится.
6. При указанной скорости период собственных колебаний ледового покрытия совпадал с периодом колебаний, вызванных идущими автомашинами. Для предотвращения риска нужно было двигаться с большими или меньшими скоростями.

7. Капитану удалось вывести катер из резонансной раскачки.
8. Для маятников 1 и 4, а также 2 и 5, поскольку у этих пар маятников одинаковые длины подвесов, а значит, и одинаковые периоды колебаний.
9. Это завибрировали струны, имеющие ту же собственную частоту колебаний, что и у пропетых нот.
10. Для более богатого набора собственных частот инструмента. Тон при увеличении размеров понижается.
11. Подносимые предметы служат резонаторами, усиливающими слабые звуки.
12. Камертоны обладают очень малым затуханием, поэтому резонанс у них острый, так что даже небольшая разница между их частотами приводит к тому, что один не откликается на колебания другого.
13. При некотором положении сердечника наступает электрический резонанс.
14. Резонанс в цепи можно ожидать на частоте генератора, в $n = 1, 2, 3, \dots$ раз меньшей собственной частоты колебательного контура.
15. Когда контур настроен в резонанс с колебаниями в волне.
16. Прием разумными короткими антеннами дает более слабый сигнал, но затем он усиливается в приемнике.

Микропыт

В шуме наливающейся воды будет выделяться тон определенной высоты, так как полость бутылки служит резонатором. По мере заполнения бутылки длина резонирующего воздушного столба уменьшается, и высота слышимого тона растет.

Однозначно ли определяется треугольник?

2. *Указание.* Воспользуйтесь формулой Герона.
3. Радиусы r_a, r_b, r_c вневписанных окружностей однозначно определяют треугольник для любых положительных чисел r_a, r_b, r_c . Для доказательства этого утверждения воспользуйтесь соотношениями

$$h_a = \frac{2r_b r_c}{r_b + r_c}, \quad h_b = \frac{2r_c r_a}{r_c + r_a}, \quad h_c = \frac{2r_a r_b}{r_a + r_b}.$$

4. Соотношения (2) можно записать в эквивалентной форме

$$a : b : c = h_b : h_a : \frac{h_a h_b}{h_c},$$

откуда следует, что треугольник со сторонами $h_b, h_a, \frac{h_a h_b}{h_c}$ подобен треугольнику с соответственными сторонами a, b, c .

Построив треугольник $A'B'C'$ такой, что $A'B' = \frac{h_a h_b}{h_c}$, $A'C' = h_b$, $C'A' = h_a$, опустим из вершины A' высоту $A'D'$. Отложив на луче $A'D'$ отрезок $A'D = h_a$, через точку D проведем прямую, параллельную $B'C'$. В пересечении с прямыми $A'B'$ и $A'C'$ получим точки B и C соответственно. Треугольник $A'BC$ – искомым.

5. Сначала перепишем равенства (7) в виде

$$\begin{aligned} a^2 &= \frac{8}{9} m_b^2 + \frac{8}{9} m_c^2 - \frac{4}{9} m_a^2, \\ b^2 &= \frac{8}{9} m_a^2 + \frac{8}{9} m_c^2 - \frac{4}{9} m_b^2, \\ c^2 &= \frac{8}{9} m_b^2 + \frac{8}{9} m_a^2 - \frac{4}{9} m_c^2. \end{aligned} \quad (*)$$

Далее заметим, что в силу неравенства $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$, справедливого для любых положительных чисел x и y (докажите это), имеем $\frac{m_1^2 + m_2^2}{2} \geq \left(\frac{m_1 + m_2}{2}\right)^2$, где m_1, m_2 – любая пара из набора длин медиан $\{m_a, m_b, m_c\}$. Привлекая далее неравенства (6) статьи, убеждаемся в том, что в правой части