

При  $\alpha = \pi/2$  получаем

$$\frac{dv_y}{dt} = -R \frac{d\omega}{dt}.$$

Кинетическая энергия гантели равна

$$\frac{2mv_y^2}{2} + 2 \frac{m(\omega R)^2}{2} = m\omega^2 R^2 \sin^2 \alpha + m\omega^2 R^2.$$

Силы трения отсутствуют, поэтому полная механическая энергия сохраняется:

$$m\omega^2 R^2 \sin^2 \alpha + m\omega^2 R^2 = 2mgR(1 - \cos \alpha),$$

т.е. приращение кинетической энергии равно убыли потенциальной. Дифференцируя последнее равенство по времени и полагая  $\alpha = \pi/2$ , находим

$$R \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2} g.$$

Следовательно, в рассматриваемый момент времени вертикальная проекция ускорения центра масс гантели равна

$$\frac{dv_y}{dt} = -R \frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{2} g.$$

Из уравнения движения центра масс по вертикали находим величину силы реакции опоры:

$$N = 2mg + 2m \frac{dv_y}{dt} = mg.$$

По третьему закону Ньютона,

$$F = N = mg.$$

Читатель, несомненно, испытает радость познания, если найдет решение этой задачи для произвольного угла  $\alpha$ .

**Задача 6.** Гамма-излучением (поглощением) называется электромагнитное излучение (поглощение) при переходе атомных ядер из возбужденных в более низкие энергетические состояния (и наоборот). Ядро атома олова  $^{119}\text{Sn}$  движется со скоростью  $v = 63 \text{ м/с}$  и испускает в направлении движения  $\gamma$ -квант, который затем поглощается неподвижным свободным ядром олова. Найдите энергию  $\gamma$ -кванта  $E_\gamma$ . Энергия покоя ядра олова  $E = m_\alpha c^2 = 113 \text{ ГэВ}$ . Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ . При испускании и поглощении  $\gamma$ -кванта происходит переход между одними и теми же энергетическими состояниями ядра.

Фундаментальные законы сохранения позволяют решать задачи не только механики, но и физики микромира. Правда, для решения данной задачи нам понадобятся не только законы сохранения, но и элементарные (в рамках школьной программы) сведения по квантовой и ядерной физике.

Допустим, что при излучении  $\gamma$ -кванта возбужденное ядро олова переходит между состояниями, разность энергий которых равна  $\Delta E$ . При излучении  $\gamma$ -кванта движущимся ядром олова сохраняются энергия:

$$\Delta E + \frac{p^2}{2m_\alpha} = E_\gamma + \frac{p_1^2}{2m_\alpha}$$

и импульс:

$$p = p_1 + \frac{E_\gamma}{c},$$

где  $p$  и  $p_1$  — импульсы ядра до и после излучения  $\gamma$ -кванта. Отсюда получаем

$$\Delta E = E_\gamma - \frac{pE_\gamma}{m_\alpha c} + \frac{E_\gamma^2}{2m_\alpha c^2}.$$

При поглощении  $\gamma$ -кванта покоящимся ядром олова тоже

сохраняются энергия:

$$E_\gamma = \Delta E + \frac{p_2^2}{2m_\alpha}$$

и импульс:

$$\frac{E_\gamma}{c} = p_2,$$

где  $p_2$  — импульс ядра после поглощения  $\gamma$ -кванта. Исключая  $p_2$  из двух последних равенств, находим

$$E_\gamma = \Delta E + \frac{E_\gamma^2}{2m_\alpha c^2}.$$

Подстановка в это соотношение явного выражения для  $\Delta E$  приводит к ответу на вопрос задачи:

$$E_\gamma = \frac{v}{c} m_\alpha c^2 = \frac{v}{c} E \approx 23,7 \text{ кэВ}.$$

### Упражнения

**1.** На гладкой горизонтальной поверхности расположены две точечные массы  $m$ , соединенные упругой легкой пружиной жесткостью  $k$  (рис.9). На одну из масс налетает со скоростью  $v$  третья точечная масса  $2m$ . Сталкивающиеся массы слипаются. Совершив два полных малых колебания, система сталкивается со стенкой. Определите начальное расстояние  $s$  от пружины до стенки.

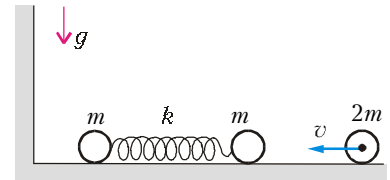


Рис. 9

**2.** На горизонтальной поверхности покоится клин массой  $M$  с углом наклона к горизонту  $\alpha$ . Шайба массой  $m$ , движущаяся по горизонтальной поверхности со скоростью  $v_0$ , въезжает на клин. Через какое время  $\tau$  шайба съедет с клина? Ускорение свободного падения равно  $g$ . Переход с плоскости на клин плавный.

**3.** Внутри цилиндра массой  $m$  подвешен на пружине жесткостью  $k$  груз такой же массы. Вначале цилиндр покоится. В некоторый момент времени его отпускают, и он свободно падает, причем ось цилиндра остается вертикальной. Какое расстояние  $s$  пройдет цилиндр за время, в течение которого груз совершит полтора колебания? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

**4.** Гантель стоит в углу, образованном гладкими плоскостями. Нижний шарик гантели смещают горизонтально на очень маленькое расстояние, и гантель начинает двигаться. Найдите силу реакции  $N$  горизонтальной опоры в тот момент, когда верхний шарик оторвется от вертикальной плоскости. Масса каждого шарика гантели равна  $m$ . Ускорение свободного падения равно  $g$ .

**5.** Гамма-излучением называется электромагнитное излучение, возникающее при переходе атомных ядер из возбужденных в более низкие энергетические состояния. Свободное покоящееся ядро атома олова  $^{119}\text{Sn}$  испускает  $\gamma$ -квант с энергией  $E_\gamma = 22,5 \text{ кэВ}$ , который затем поглощается таким же ядром олова, движущимся навстречу  $\gamma$ -кванту. Найдите скорость  $v$  ядра олова, поглотившего  $\gamma$ -квант. Энергия покоя ядра олова  $E = m_\alpha c^2 = 113 \text{ ГэВ}$ . Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ . При испускании и поглощении  $\gamma$ -кванта происходит переход между одними и теми же энергетическими состояниями ядра.