

лучу. Из треугольника BCD найдем длину стороны BC :

$$BC = \frac{a}{\cos \beta}.$$

Из треугольника BCE по теореме синусов можно записать

$$\frac{BE}{BC} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha},$$

откуда получим

$$BE = a \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta \sin \alpha}.$$

Для параксиальных лучей, т.е. для лучей, идущих под малыми углами к главной оптической оси линзы, можно считать, что $\sin(\alpha - \beta) = \alpha - \beta$, $\sin \alpha = \alpha$, а $\cos \beta = 1$. В этом приближении

$$BE = a \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Расстояние BE равно смещению источника по направлению к линзе. До помещения пластины источник и его изображение находились на двойном фокусном расстоянии от линзы. После установления пластины источник приблизился к линзе на расстояние $AA' = BE$, а изображение отодвинулось от линзы на Δ . По формуле линзы можно записать

$$\frac{1}{d - AA'} + \frac{1}{d + \Delta} = \frac{1}{F},$$

или

$$d - a \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{F(d + \Delta)}{d + \Delta - F}.$$

Разрешая это равенство относительно n , получим

$$n = \left(\frac{(a - d)(d + \Delta - F) + F(d + \Delta)}{a(d + \Delta - F)} \right)^{-1} = \frac{31}{21} \approx 1,48.$$

Задача 4. В комнате на столе лежит плоское зеркало, на котором находится тонкая плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием $F = 40$ см (рис. 5). По потолку AB ползет муха со скоростью $v = 2$ см/с. Расстояние от потолка до зеркала $d = 220$ см. На каком расстоянии от зеркала находится изображение мухи в данной оптической системе? Чему равна скорость изображения мухи в тот момент, когда она пересекает главную оптическую ось линзы OO' ?

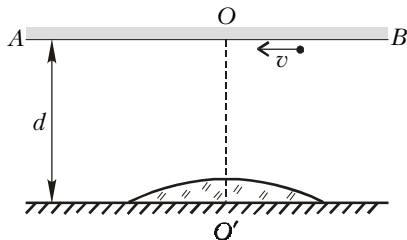


Рис. 5

Пусть муха в некоторый момент находится на небольшом расстоянии OM от главной оптической оси линзы (рис. 6). По формуле линзы мы можем найти, на каком расстоянии от линзы находится изображение мухи M' :

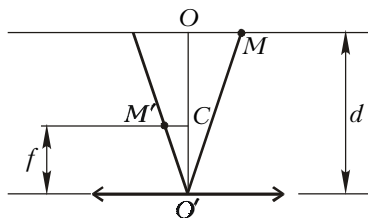


Рис. 6

Здесь f – расстояние от изображения мухи до линзы, а двойка в чис-

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{F}, \text{ и}$$

$$f = \frac{dF}{2d - F} = 22 \text{ см.}$$

Здесь f – расстояние от изображения мухи до линзы, а двойка в чис-

лителе правой части формулы учитывает двойной проход лучей через линзу.

Из подобия треугольников $OO'M$ и $M'CO'$ следует, что $d/f = OM/M'C$. Очевидно, что $OM/M'C = v/u$, где u – скорость изображения мухи. Следовательно,

$$u = v \frac{f}{d} = 0,2 \text{ см/с.}$$

Задача 5. С помощью рассеивающей линзы получено изображение спички, расположенной перпендикулярно главной оптической оси линзы, с увеличением $\Gamma_1 = 1/2$. По другую сторону линзы на расстоянии $l = 9$ см от нее перпендикулярно главной оптической оси линзы установили плоское зеркало. Изображение спички в системе линза – зеркало получилось с увеличением $\Gamma = 1/4$. Определите фокусное расстояние линзы.

Рассмотрим сначала первый случай, когда зеркала нет, а с помощью рассеивающей линзы получено изображение спички с увеличением Γ_1 . Обозначим расстояние от спички до линзы через d , а от изображения спички до линзы через f . По формуле линзы можно записать

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F},$$

где F – фокусное расстояние линзы. Умножив каждый член этого равенства на f , получим

$$\frac{f}{d} - 1 = -\frac{f}{F}.$$

С учетом того, что $f/d = \Gamma_1$, мы получаем однозначную связь между расстоянием от изображения до линзы и увеличением:

$$f = F(1 - \Gamma_1).$$

Мнимое изображение B точки спички B_0 в линзе (рис. 7) будет являться предметом для плоского зеркала. Расстояние от этого предмета до зеркала равно $f + l$. Изображение B' этого предмета в зеркале находится также на расстоянии $f + l$ от зеркала. Расстояние от изображения B' до линзы равно $d' = f + 2l$. Обозначим расстояние от изображения B'' в линзе через f' и снова воспользуемся формулой линзы:

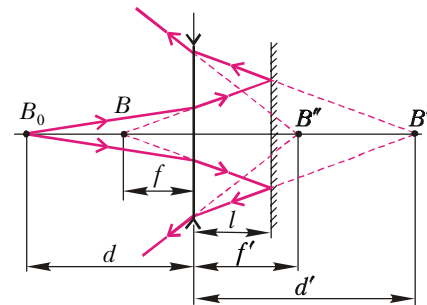


Рис. 7

$$\frac{1}{f + 2l} - \frac{1}{f'} = -\frac{1}{F}.$$

Увеличение в этом случае равно $\Gamma_2 = \frac{f'}{f + 2l}$. С другой стороны, $\Gamma_2 = \Gamma/\Gamma_1$. Умножим все члены в формуле линзы на $f + 2l$, подставим ранее найденное выражение для f и получим

$$F = \frac{2l}{\Gamma_1 + \Gamma_1/\Gamma - 2} = 36 \text{ см.}$$

Задача 6. Из стеклянной пластинки с показателем преломления $n = 1,5$ вырезали толстую линзу в форме полушара радиусом $R = 10$ см. Через такую линзу рассматривается точечный источник света S , расположенный на расстоянии $d = R/2$ от плоской поверхности полушара (рис. 8). На каком расстоянии от этой поверхности наблю-