

не натянуты, тогда натяжение верхней веревки равно $F_2 = Mg + Ma_2 = 98 \text{ Н} + 20 \text{ Н} = 118 \text{ Н}$.

А.Веревкин

Ф1820. Толстостенная капиллярная трубка из стекла с внутренним диаметром 0,5 мм, внешним диаметром 5 мм и длиной 6 см наполовину погружена в вертикальном положении в большой сосуд с водой. С какой силой нужно удерживать трубку, чтобы она не утонула? Плотность стекла вдвое больше плотности воды. Считать, что стекло полностью смачивается водой, коэффициент поверхностного натяжения воды 0,07 Н/м.

Для расчета необходимой силы F нужно учесть, что на стеклянную трубку вниз действуют сила тяжести трубки и силы сцепления со стороны воды на внутренней и на внешней окружностях трубки, а вверх действует сила Архимеда. Сила тяжести трубки равна

$$Mg = \rho_{\text{ст}} \pi (R^2 - r^2) H g \approx 9,3 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

Сила Архимеда, действующая со стороны воды на погруженную часть трубки, равна

$$F_A = \rho_{\text{в}} \pi (R^2 - r^2) \frac{H}{2} g = \frac{Mg}{4} \approx 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

Высота подъема воды в таком капилляре может достигать величины

$$h = \frac{2\sigma}{\rho_{\text{в}} g r} = 0,056 \text{ м} = 5,6 \text{ см},$$

что больше половины длины трубки (части ее над водой). В этом случае трубка заполнена водой целиком, и сила сцепления водяного столба высотой $H/2$ с внутренней поверхностью трубки радиусом r равна его весу:

$$F_1 = \rho_{\text{в}} \pi r^2 \frac{H}{2} g \approx 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

Сила сцепления со стороны наружной воды (смачивание полное) равна

$$F_2 = 2\pi R \sigma \approx 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Искомая сила составляет

$$F = Mg + F_1 + F_2 - F_A \approx 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

Р.Александров

Ф1821. Плоский конденсатор емкостью C с воздушным диэлектриком состоит из двух больших пластин, расположенных очень близко друг к другу. Одна из пластин не заряжена, другая несет заряд Q . Соединим пластины проводником, имеющим большое сопротивление R . Оцените количество теплоты, которое выделится в проводнике за большое время.

Заряды с одной пластины на другую будут перетекать, пока потенциалы пластин не сравняются. Равенство потенциалов наступит, когда перетечет заряд $Q/2$. При этом поле в пространстве между пластинами исчезнет, а поле снаружи не изменится. Следовательно, в виде тепла выделится энергия поля, которое существовало в пространстве между пластинами до перетекания заряда. Это поле создавалось пластиной с зарядом Q ; но точно такое же поле будет у нашего конденсатора, если его пластины получат заряды $+Q/2$ и $-Q/2$. Энергия конденсатора в этом

случае составит

$$W = \frac{(Q/2)^2}{2C} = \frac{Q^2}{8C}.$$

Это и есть ответ. (Заметим, что в ответ не вошло значение R . При достаточно больших R от него и в самом деле ничего не зависит – как и в обычной задаче про разряд конденсатора через резистор. Если же R не очень велико, то в процессе разряда через резистор текут значительные токи, возникшее электромагнитное поле уносит заметную часть энергии, и эта часть также перейдет в тепло, но не в резисторе.) Кстати, расчет «в лоб» – запись уравнения для изменения заряда со временем, его решение и интегрирование порций тепла – дает тот же ответ.

А.Повторов

Ф1822. К источнику переменного напряжения подключены последовательно амперметр и два «черных ящика», в каждом из которых может находиться резистор, конденсатор или катушка индуктивности. Переключили «ящики» из последовательного соединения в параллельное – показание амперметра осталось прежним. Начнем теперь изменять частоту источника – показания амперметра при этом будут вначале уменьшаться, а потом увеличиваться. Во сколько раз нужно изменить частоту, чтобы показания амперметра вернулись к первоначальному значению? Элементы внутри ящиков считайте идеальными.

При переключении «ящиков» с последовательного соединения на параллельное полное сопротивление цепи не изменилось – это возможно только в том случае, если в одном «ящике» находится катушка, а в другом конденсатор. Обозначим индуктивность катушки L , емкость конденсатора C , частоту генератора (до изменения) ω . При последовательном включении

$$U = I\omega L - \frac{I}{\omega C}, \quad \text{и} \quad I = \left| \frac{U}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \right|.$$

Аналогично, при параллельном включении

$$I = \left| \frac{U}{\omega L} - U\omega C \right|.$$

Отсюда сразу получаем

$$\frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} = \omega C - \frac{1}{\omega L}, \quad \text{или} \quad \omega^2 LC + \frac{1}{\omega^2 LC} = 3.$$

Обозначив $\omega^2 LC = x$, получим уравнение

$$x^2 - 3x + 1 = 0.$$

Отношение частот генератора равно отношению корней этого уравнения:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} \approx 2,62.$$

Вот во столько раз и нужно изменить частоту генератора. А уменьшить ее или увеличить, зависит от того, выше или ниже резонансной была начальная частота.

А.Зильберман