точками *1* и *2* равно $r_1 + r_2$, а в схеме «треугольник» оно равно $\dfrac{R_{12}\left(R_{13}+R_{23}\right)}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$. Следовательно, для того чтобы сопротивления между точками *1* и *2* были одинаковы для обеих схем, необходимо, чтобы

$$r_1 + r_2 = \frac{R_{12}\left(R_{13}+R_{23}\right)}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}. \qquad (1)$$

Аналогично, для точек *2* и *3*

$$r_2 + r_3 = \frac{R_{23}\left(R_{13}+R_{12}\right)}{R_{12}+R_{13}+R_{23}} \qquad (2)$$

и для точек *1* и *3*:

$$r_1 + r_3 = \frac{R_{13}\left(R_{12}+R_{23}\right)}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}. \qquad (3)$$

Система уравнений (1)–(3) легко решается. Сложим все уравнения и поделим обе части на 2:

$$r_1 + r_2 + r_3 = \frac{R_{12}R_{13}+R_{12}R_{23}+R_{13}R_{23}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}.$$

Вычтя теперь из этого уравнения уравнение (2), получим

$$r_1 = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}.$$

Аналогично,

$$r_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$$

и

$$r_3 = \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}.$$

Эти результаты легко запомнить – знаменатель всюду один и тот же, а в числителе справа дважды встречается тот же индекс, что и слева: $r_1 \to R_{12}R_{13}$, $r_2 \to R_{12}R_{23}$, $r_3 \to R_{13}R_{23}$.

Немного сложнее получить формулы для обратного преобразования:

$$R_{12} = \frac{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}{r_3},$$

$$R_{13} = \frac{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}{r_2},$$

$$R_{23} = \frac{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}{r_1},$$

но их также легко запомнить – числитель всюду один и тот же, а в знаменателе стоит как раз тот индекс, которого недостает слева.

Пользуясь формулами, которые мы только что получили, можно производить замену одной схемы другой. Например,

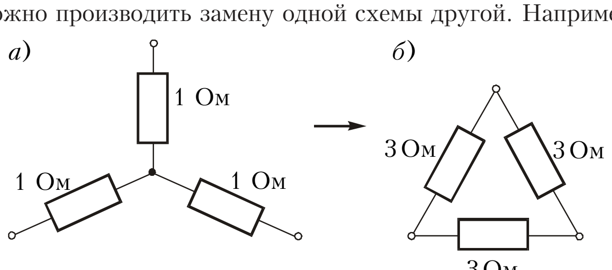

Рис. 2

«звезду» с сопротивлениями 1 Ом можно заменить «треугольником» с сопротивлениями 3 Ом (рис.2).

Решим теперь такую задачу: найдем сопротивление между точками A и B в схеме на рисунке 3.

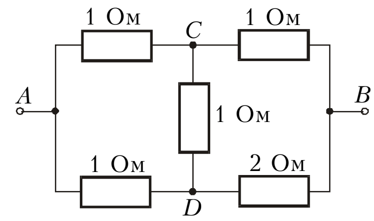

Рис. 3

Это обычная схема «мостика», но в нашей задаче «мостик» не уравновешен. Такие задачи приходится решать при помощи правил Кирхгофа. В школьной программе их нет, да и вычисления с помощью этих правил очень громоздкие – в нашем случае получилась бы система пяти уравнений с пятью неизвестными. Мы поступим проще: заменим «треугольник» ACD «звездой», как показано на рисунке 4. Теперь ясно, что сопротивление между точками A и B будет равно

$$R_{AB} = \frac{1}{3}\ \text{Ом} + \frac{28}{33}\ \text{Ом} = \frac{13}{11}\ \text{Ом}.$$

Мы заменяли «треугольник» ACD «звездой», но можно было решать задачу иначе – заменяя «звезду» ADB «треугольником» (проделайте это самостоятельно).

Пусть теперь к точкам A и B подключена батарея с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением и ЭДС $\mathcal{E} = 1$ В. Нужно найти ток через участок CB. Понятно, что преобразовать схему надо так, чтобы не затронуть интересующее нас сопротивление CB. Подойдет то преобразование,

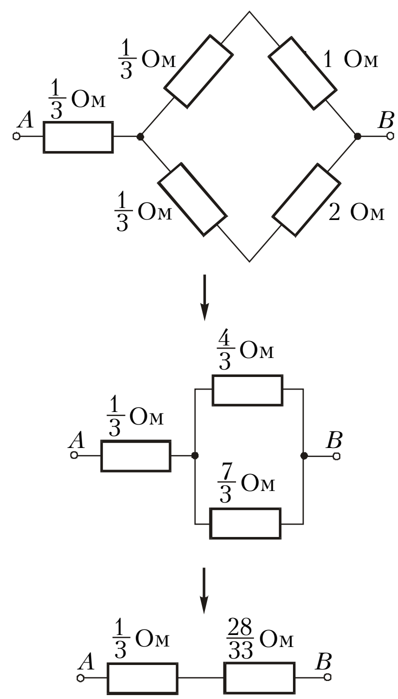

Рис. 4

которое мы делали раньше (см. рис.4). Используя, что $R_{AB} = \dfrac{13}{11}$ Ом, получим

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{AB}} = \frac{11}{13}\ \text{А}.$$

После разветвления токи в верхней и в нижней ветвях поделятся в отношении, обратном сопротивлениям ветвей:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{7}{4}.$$

(Продолжение см. на с. 34)