

пустотелый. С каким ускорением будет двигаться эта система, если известно, что цилиндры постоянно касаются друг друга, а коэффициент трения между ними равен μ ? Считать, что проскальзывание между цилиндрами и наклонной плоскостью отсутствует.

3. Космический парусник, представляющий из себя идеально отражающее зеркало площадью S и массой M , вращается по стационарной орбите вокруг Солнца. Скорость его движения v_0 , радиус орбиты R , и интенсивность светового потока на данной орбите I_0 . Определите, за какое минимальное время парусник может увеличить радиус орбиты в четыре раза. Как он при этом должен действовать?

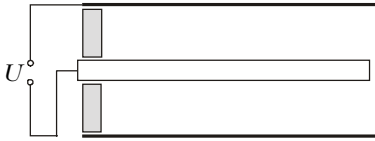
4. Заряд q расположен посередине между двумя параллельными бесконечными незаряженными металлическими пластинами, расстояние между которыми равно a . Определите силу, с которой отталкиваются друг от друга пластины, и силу, с которой каждая из пластин притягивается к заряду. Учтите, что

$$(1/4) - (2/9) + (3/16) - (4/25) \dots = 0,129,$$

а

$$1 - (1/4) + (1/9) - (1/16) \dots = 0,822.$$

5. Электромагнитная пушка представляет из себя коаксиальную систему, состоящую из металлической трубки, внутрен-



ренний диаметр которой D , и стержня, наружный диаметр которого d (см. рисунок). Длина и стержня и трубки L . Вдоль пушки, одновременно касаясь и

стержня и трубки, может без трения скользить металлическая шайба массой m . В момент времени $t = 0$ между стержнем и трубкой прикладывается напряжение U , шайба в этот момент неподвижна и находится на том конце стержня, к

которому приложено напряжение. Определите, с какой скоростью v вылетит шайба из пушки.

6. Соленоид радиусом R и длиной L состоит из N витков сверхпроводящего провода, концы которого замкнуты между собой. Первоначально ток в соленоиде равен нулю. Сквозь него пролетает второй аналогичный соленоид радиусом r длиной l с числом витков n . Ток в этом соленоиде в начальный момент равен I . Определите заряд, который протечет через провод первого соленоида за время движения второго. Скорость движения второго соленоида постоянна и равна v . Считать, что $L \gg l \gg R$.

7. Равномерно намагниченный шар из магнетика радиусом R разрезан на две равные половинки таким образом, что плоскость разреза перпендикулярна вектору намагниченности, величина которого равна J . Относительная магнитная проницаемость магнетика μ . Определите магнитную силу, с которой притягиваются обе половинки друг к другу. Считать известным, что в однородном магнитном поле шарик из магнетика намагничивается равномерно по всему объему.

8. Термодинамический цикл, совершаемый с одним киломоном одноатомного газа, состоит из двух процессов. В первом $pV^\gamma = a$, во втором $p + bV^\gamma = p_0$. Определите разность между максимальным и минимальным значениями энтропии в этом цикле.

9. В непроницаемом экране, помещенном на пути плоской световой волны с интенсивностью I_0 , вырезано круглое отверстие, открывающее $2N$ зон Френеля. В отверстие помещены две группы идеальных поляризаторов, плоскости поляризации которых взаимно перпендикулярны. Одна группа поляризаторов закрывает четные зоны Френеля, другая — нечетные. Определите интенсивность света в точке наблюдения.

Публикацию подготовили М.Яковлев, В.Голубев

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

Бревновшалаше

1. а) Нужно найти минимум функции

$$f(x) = \sqrt{(x-a)^2 + \left(\frac{k}{x} - a\right)^2}.$$

Приравняв к нулю производную функции $f^2(x)$, получаем уравнение $(x^2 - k)(x^2 - ax + k) = 0$. При $a^2 \leq 4k$ ближайшей точкой является вершина гиперболы, и расстояние равно $|a - \sqrt{k}| \sqrt{2}$. При $a^2 > 4k$ ближайшими точками являются

$$\left(\frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4k}}{2}; \frac{a \mp \sqrt{a^2 - 4k}}{2} \right), \text{ а расстояние равно } \sqrt{a^2 - 2k}.$$

б) $\sqrt{a^2 + 2ak}$.

2. При $h \leq a \leq 2h$ минимум равен $a - h$, а при $a \geq 2h$ минимум

$$\text{равен } \sqrt{\frac{a^2}{2} - h^2}.$$

3. Выполним замену переменных: $x = \frac{z+w}{\sqrt{2}}$ и $y = \frac{z-w}{\sqrt{2}}$.

Тогда $x^2 - axy + y^2 = z^2 \left(1 + \frac{a}{2}\right) + w^2 \left(1 - \frac{a}{2}\right)$. Уравнение

$$z^2 \left(1 + \frac{a}{2}\right) + w^2 \left(1 - \frac{a}{2}\right) = 1 \text{ задает эллипс при } |a| < 2, \text{ пару пря-}$$

мых при $a = \pm 2$ и гиперболу при $|a| > 2$. Ответ: $\sqrt{\frac{2}{2+|a|}}$.

4. Упражнение сводится к предыдущему заменой $y = z/\sqrt{2}$.

Наименьшее значение равно $4/(4 + \sqrt{2})$, а наибольшее равно $4/(4 - \sqrt{2})$.

5. а) Нет.

6. В формуле в условии содержится ошибка. В разделе «Полукубическая парабола — эволюта параболы» следовало сравнивать с A не $|a|$, а $2|a|$. Поэтому в уравнении полукубической параболы коэффициент должен быть равен не $8/27$, а $2/27$.

7. В условии содержится ошибка. Правильная формула:

$$y = \frac{1}{2} + 3 \left(\frac{x}{4}\right)^{2/3}.$$

8. Параметрически огибающая задается формулами $x = -4ka^3$ и $y = \frac{1}{2k} + 3a^2$. (Касательная к огибающей, проходящая через точку с этими координатами, пересекает параболу $y = kx^2$ в точке $(a; ka^2)$ под прямым углом.)