

Ящик и шайбу одновременно отпускают, и ящик начинает скользить по наклонной плоскости, а шайба – по дну ящика. Через время $t = 1$ с шайба ударяется о нижнюю стенку ящика. Коэффициент трения скольжения между шайбой и ящиком $\mu_1 = 0,23$, а между ящиком и наклонной плоскостью $\mu_2 = 0,27$. Масса ящика вдвое больше массы шайбы. 1) Определите ускорение шайбы относительно наклонной плоскости при скольжении шайбы по ящику. 2) На каком расстоянии L от нижней стенки ящика находилась шайба до начала движения?

2. В цилиндре под поршнем находятся 0,5 моля воды и 0,5 моля пара. Жидкость и пар медленно нагревают в изобарическом процессе так, что в конечном состоянии температура пара увеличивается на ΔT . Какое количество теплоты было подведено к системе жидкость–пар в этом процессе? Молярная теплота испарения жидкости в заданном процессе равна Λ . Внутренняя энергия ν молей пара равна $U = \nu \cdot 3RT$ (R – универсальная газовая постоянная).

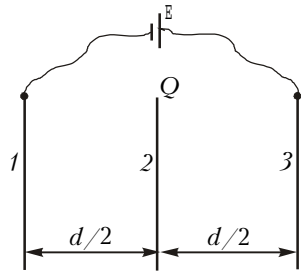


Рис. 5

3. Батарея с ЭДС E подключена к удерживаемым неподвижно пластинам 1 и 3 плоского конденсатора (рис.5). Площадь пластин S , расстояние между ними d . Посредине между этими пластинами расположена закрепленная неподвижно металлическая пластина 2, на которой находится заряд Q . Пластину 1 отпускают.

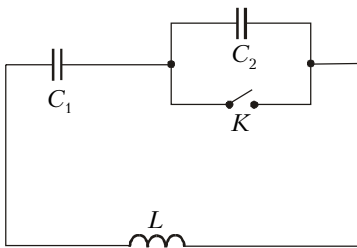


Рис. 6

4. При замкнутом ключе K в LC -контуре (рис.6) происходят незатухающие свободные колебания. В тот момент, когда напряжение на конденсаторе емкостью C_1 максимально и равно U_1 , ключ размыкают. Определите максимальное значение тока в контуре после размыкания ключа. Параметры элементов схемы указаны на рисунке.

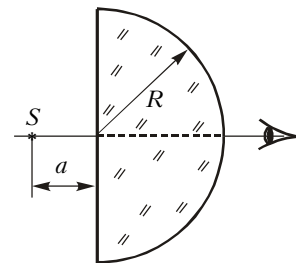


Рис. 7

5. Из стеклянной пластинки с показателем преломления $n = 1,5$ вырезали толстую линзу в форме полушара радиусом $R = 10$ см (рис.7). Через такую линзу рассматривается точечный источник света S , расположенный на расстоянии $a = R/2$ от плоской поверхности полушара. На каком расстоянии от этой поверхности наблюдатель видит изображение источника света? *Указание:* для малых углов $\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$.

Публикацию подготовили М.Балашов, В.Можаев, Ю.Чешев, М.Шабунин

Московский государственный институт
электроники и математики
(технический университет)

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультеты электроники, информатики и телекоммуникаций, автоматки и вычислительной техники)

1. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x+6}}{2x-3} < 1.$$

2. Решите неравенство

$$\log_4(3x-8) < \log_{\frac{1}{4}}(x-2) + \frac{3}{2}.$$

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin^2 x - \sin y = \frac{7}{4}, \\ \cos^2 x + \sqrt{3} \cos y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

4. Равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC = 6$; $AC = 4$) является нижним основанием прямой призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ с боковыми ребрами $AA_1 = BB_1 = CC_1 = 6\sqrt{2}$. На ребрах AA_1 , $B_1 C_1$, AC взяты, соответственно, точки M , N , L так, что $A_1 M = 2\sqrt{2}$, $B_1 N = 3$, $CL = 1$. Через точку L проведена прямая, которая параллельна прямой MN и пересекает боковую грань $C_1 B_1 BC$ в точке E . Найдите а) длину отрезка MN ; б) длину отрезка LE .

5. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(a+2)x^2 + (2a-1)x + a^2 - 5a - 4 = 0$$

имеет только целые корни.

Вариант 2

(факультеты прикладной математики, экономико-математический)

1. Решите неравенство

$$\frac{|4x-2|-9}{x-2} \leq 1.$$

2. Найдите все значения a , при которых система

$$\begin{cases} ax + 2y = 3a - 4, \\ (3a-1)x + (a+3)y = a^2 + 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

3. Решите уравнение

$$\log_3 \cos x = \log_3(2 + 3 \sin x) - 1.$$

4. В основании правильной треугольной пирамиды $SABC$ лежит правильный треугольник ABC со стороной 9. Боковые ребра пирамиды равны $5\sqrt{3}$. На ребре AB взята точка D так, что $AD = 3$. Через точки C , D проведена плоскость α , перпендикулярная плоскости основания пирамиды. Требуется а) найти объем пирамиды $SABC$; б) определить, в каком отношении плоскость α делит объем пирамиды.