

М. КАГАНОВ

**П**ОЧЕМУ Я РЕШИЛ НАПИСАТЬ статью с таким лапидарным названием, рассказано в предыдущей публикации (см. «Квант» №5 за 2000 г.). Возможно, имеет смысл добавить несколько фраз. Тот, кто решит вслед за мной перелистать «Физическую энциклопедию» (ФЭ), обратите, пожалуйста, внимание на тот факт, что в 5-м томе есть группа слов, начинающихся с приставки «супер» – от *супергетеродин*<sup>1</sup> до *суперструны*. Приставки «сверх» и «супер» по смыслу очень близки, если не тождественны. Но мне показалось, что они «разделили» между собой области физики: приставкой «супер» чаще начинаются термины атомной физики, физики элементарных частиц, квантовых полей, а приставкой «сверх» – термины физики макроскопических систем. Конечно, есть исключения (супергетеродин – одно из них).

Просматривая статьи, начинающиеся приставкой «супер», обнаружил термин *суперрешетка*, но вместо статьи – отсылка в 4-й том к термину *сверхрешетка*. Вот с этого понятия и начнем эту статью.

## Сверхрешетки

Признаюсь, к сверхрешеткам у меня особый интерес. Около 15 лет назад мой коллега В.Н.Луцкий высказал идею, а мы втроем (Виля Намумович, А.Я.Шик и я) сделали и опубликовали работу, в которой рассмотрели некоторые особенности проводимости сверхрешеток в квантовом магнитном поле (см. «Журнал экспериментальной и теоретической физики», 1987 г., т.92, вып.2, с. 721–729). Мы уверены, что особенности, которые мы обнаружили «на кончике пера», должны наблюдаться, но пока, насколько мне известно, их никто не наблюдал. Может быть, кто-нибудь из вас, мои молодые читатели, через какое-то время вспомнит прочитанную статью из «Кванта» и по-

<sup>1</sup> Напомним: если слово напечатано курсивом, значит, в ФЭ есть статья с таким названием.

пытается открыть предсказанное нами явление. (Мне очень приятно отметить, что автор статьи «Сверхрешетка» в 4-м томе ФЭ – А.Я.Шик.)

Итак, что такое сверхрешетка?

Каждый кристалл в своей основе имеет кристаллическую решетку, в узлах которой расположены атомы или ионы. Размеры ячейки кристаллической решетки у кристаллов разных сортов, конечно, различны, но, как правило, не превышают нескольких ангстрем ( $1\text{Å} = 10^{-8}\text{ см}$ ). Сверхрешетка – не создание природы, а рукотворный объект. Для того чтобы ее создать, надо «навязать» кристаллу период, в несколько раз превышающий период кристаллической решетки. Наиболее распространенный способ – «сложить» искусственный кристалл из слоев разных сортов. К сожалению, «складывание» на атомном уровне – весьма непростая задача, доступная только технически оснащенным лабораториям.

Если создавать сверхрешетки трудно, зачем этим заниматься? Конечно – в надежде получить не существующий в природе материал для приборов и приспособлений. Не вдаваясь в детали, перечислим, что предполагали и предполагают осуществить занимающиеся сверхрешетками: фильтры и поляризаторы инфракрасного излучения, нелинейные преобразователи СВЧ-сигналов, генераторы и усилители электромагнитных колебаний, частоты которых можно перестраивать в очень широком диапазоне изменением приложенного электрического поля и кое-что еще. Что из этого уже осуществлено, признаюсь, не знаю. В статье, которую я цитирую, совершенный вид глагола использован лишь один раз: «Сверхрешеточные гетероструктуры находят применение также в лавинных фотодиодах». Слово «также» обнадеживает...

Несомненно, сверхрешетки создавались в практических целях. Но, кроме того, у физиков появился совершенно новый объект, исследова-

ние которого, столь же несомненно, весьма интересно. Стоит подчеркнуть, что в последние годы это не единичный случай. Все чаще исследователей привлекают рукотворные объекты – объекты, не существующие в природе, а созданные руками человека для нужд современной техники. Трудно не упомянуть, что одно из наиболее интересных открытий последних десятилетий в макроскопической физике – квантовый эффект Холла – был обнаружен Клаусом фон Клитцингом в 1980 году на *полевом транзисторе* (Нобелевская премия по физике за 1985 г.).

Чем же интересны сверхрешетки? Основой наших представлений об электронных свойствах твердых тел служит изучение движения частиц в периодическом поле сил. Один из основных результатов рассмотрения такого движения – понимание того, что разрешенные значения энергии занимают участки (интервалы) конечной ширины. Их называют зонами, а теория, описывающая движение в периодическом поле сил, называется *зонной теорией*.

В твердых телах периодическую силу создают ионы, которые, когда нас интересует движение электронов, можно считать неподвижными, закрепленными в узлах строго периодической кристаллической решетки. Разных кристаллов много, периодические силы, действующие на электроны, тоже различны. Но какие есть, такие есть. Изменять их по своей воле очень непросто. Другое дело – сверхрешетки, т.е. искусственные кристаллы. Изменяя толщину прослойки, химический состав элементов, из которых сверхрешетка построена, можно менять периодическую силу в широчайших пределах. Поэтому создание сверхрешеток называют зонной инженерией, а иногда и  $\Psi$ -инженерией, так как появилась возможность диктовать электрону, какую ему иметь волновую ( $\Psi$ ) функцию.

Конечно, особый интерес представляют такие созданные искусственно

образцы, аналогов которых в природе не существует. Например, подобрав последовательность слоев из полупроводника и диэлектрика, можно добиться, чтобы движение электронов полупроводника поперек слоев (вдоль оси  $Z$ ) существенно отличалось от движения вдоль слоев (в плоскости  $XY$ ). Если диэлектрические прослойки столь толсты, что полностью непроницаемы для электронов, то каждая полупроводниковая прослойка существует независимо от остальных и в каждой электроны движутся только вдоль слоя. Считая, что вдоль слоев движение электрона очень похоже на движение в свободном пространстве, имеем

$$\varepsilon = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m^*}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – энергия,  $p_x$ ,  $p_y$  – компоненты импульса, а  $m^*$  – эффективная масса электрона. Отличие  $m^*$  от массы свободного электрона  $m_e$  – свидетельство влияния на движение электрона ионов кристалла. Интересно, что  $m^*$  может быть и больше и меньше  $m_e$ .

Не кажется ли вам удивительным, что  $m^*$  может быть меньше  $m_e$ ? Масса частицы – мера ее способности двигаться. Скорость частицы массой  $m$  с энергией  $\varepsilon$  равна  $v = \sqrt{2\varepsilon/m}$ . Чем больше масса, тем скорость меньше. Неужели частица в периодическом поле сил может быть подвижнее, чем свободная частица? Да! И это не только теоретическое утверждение, основанное на квантово-механическом рассмотрении. Непосредственное измерение эффективных масс электронов полупроводников показывает, что  $m^*$  электронов проводимости может быть во много раз меньше  $m_e$ . Например, в GaAs  $m^*/m_e = 0,07$ , а в InSb  $m^*/m_e = 0,01$ .

Если диэлектрическая прослойка проницаема для электронов (за счет *туннельного эффекта*), то в формулу (1) надо добавить слагаемое, описывающее движение поперек слоев (вдоль оси  $Z$ ). При малой проницаемости барьеров, разделяющих проводящие слои, получим

$$\varepsilon = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m^*} + \Delta \left( 1 - \cos \frac{p_z d}{h} \right). \quad (2)$$

Здесь  $d$  – период сверхрешетки вдоль оси  $Z$ ,  $h$  – постоянная Планка, а  $\Delta$  – величина размерности энергии,

пропорциональная электронному коэффициенту прозрачности диэлектрической прослойки. Мы видим, что значения энергии продольного движения заполняют интервал (зону) шириной  $2\Delta$ . Энергия движения вдоль слоев тоже периодически зависит от компонентов импульса, а разрешенные значения энергии заполняют зону – зону проводимости полупроводниковой прослойки, но ширина зоны проводимости столь велика по сравнению с величиной  $2\Delta$ , что можно ограничиться выражением для энергии поперечного движения вблизи ее дна, что и сделано в формулах (1) и (2).

Энергия электрона в сверхрешетке имеет минимум при  $p_x = p_y = p_z = 0$ , причем значение энергии в этой точке выбрано равным нулю. Вблизи минимума энергия квадратично зависит от компонентов импульса:

$$\varepsilon = \frac{p_x^2}{2m_x^*} + \frac{p_y^2}{2m_y^*} + \frac{p_z^2}{2m_z^*}, \quad (3)$$

где  $m_z = h^2 / (\Delta d^2)$  – эффективная масса движения электрона вдоль оси  $Z$ . Как правило,  $m_z \gg m^*$ , и с уменьшением коэффициента прозрачности  $m_z$  растет, так как при этом заметно уменьшается параметр  $\Delta$ .

Анализируя формулу (2), нетрудно проследить, как меняется с ростом энергии форма (топология) изоэнергетических поверхностей (поверхностей равной энергии). При самых малых значениях энергии, когда справедлива формула (3), изоэнергетические поверхности – эллипсоиды, тем более вытянуты вдоль оси  $Z$ , чем менее прозрачны диэлектрические прослойки для электронов. С ростом энергии изоэнергетические поверхности в пространстве импульсов превращаются в открытые поверхности (в гофрированные цилиндры). Характерный не только для искусственных, но и для естественных кристаллов топологический переход от замкнутых к открытым изоэнергетическим поверхностям может быть изучен с помощью исследования свойств сверхрешеток.

В работе, о которой говорилось в начале статьи, авторы обратили внимание на то, что сверхрешетки должны обладать интересными свойствами, если их поместить в магнитное поле, перпендикулярное слоям. Прежде всего, каждый слой будет

демонстрировать квантовый эффект Холла<sup>2</sup>, который состоит в следующем. При некоторых значениях магнитного поля  $B_N$  сопротивление и, одновременно, диссипативная часть проводимости обратятся в ноль, а холловское сопротивление  $R_x$  с поразительной точностью будет выражаться через комбинацию фундаментальных констант:

$$R_x = \frac{2\pi\hbar}{Ne^2}, \quad N = 1, 2, 3... \quad (4)$$

Кроме того, при тех же значениях магнитного поля (при  $B = B_N$ ) исчезнет проводимость вдоль оси  $Z$  – образец вовсе перестанет быть проводником, он превратится в диэлектрик. Правда, в весьма своеобразный диэлектрик: в нем должен иметь место квантовый эффект Холла, а ведь привычно эффект Холла – свойство электронного проводника. Даже термин специальный «изобрели» – холловский диэлектрик.

## Сверхсильные магнитные поля

Это – следующая тема нашего сегодняшнего разговора.

«Сверхсильные магнитные поля – поля с индукцией  $B \geq 1$  МГс (граница условная)», – так начинается статья в ФЭ.<sup>3</sup> Следующая фраза разъясняет: «Классификацию магнитного поля обычно связывают со способами получения полей». О способах получения сильных и сверхсильных магнитных полей поговорим ниже и очень кратко. Задача этой части статьи – не разъяснение устройства источников сильных магнитных полей, а попытка научить «чувствовать» величину магнитного поля, сделать магнитное поле «осязаемым». Это – непростая задача, так как человек не обладает органом чувств, позволяющим ему ощущать магнитное поле непосредственно.

Очевидно, что  $1 \text{ МГс} = 10^6 \text{ Гс}$ , а гаусс – единица индукции магнитного поля в системе СГС (сантиметр – грамм – секунда), называемой так

<sup>2</sup> Об этом эффекте можно прочитать, например, в статье С.Семенчинского «Эффект Холла: год 1879 – год 1980» («Квант» №2 за 1987 г.).

<sup>3</sup> На самом деле в ФЭ говорится не об индукции  $B$  магнитного поля, а о его напряженности  $H$ , но эта физическая величина совсем не фигурирует в школьном курсе физики.

же гауссовой системой единиц.<sup>4</sup> Единица названа в честь немецкого физика Карла Фридриха Гаусса (1777 – 1855). По-видимому, гаусс – маленькая единица, если, для того чтобы магнитное поле было сверхсильным, нужно поле индукцией в миллион гаусс. В Международной системе единиц (СИ) пользуются более крупной единицей для измерения магнитного поля – тесла (Тл): 1 Тл =  $10^4$  Гс. Эта единица получила название в честь Никола Тесла (1856 – 1943) – сербского ученого в области электро- и радиотехники.

Слово «сильный», а тем более «сверхсильный», имеет эмоциональную окраску. Словосочетание «сильное магнитное поле» вызывает в моей памяти рисунок из какой-то скорее всего научно-популярной книжки: магнитный подъемный кран поднимает автомобиль. Особенно большое впечатление на меня производил рисунок после того, как я понял, что магнетизм – квантовое свойство.<sup>5</sup> «Квант», «квантовый» – эти термины воспринимались как нечто, относящееся к атому, к субатомной частице, а тут – магнит, да еще поднимает автомобиль! Однако оказывается, что магнит, способный удерживать тонну металла, должен создать отнюдь не сверхсильное магнитное поле: достаточно всего  $10^4$  Гс!

Теперь от магнитного подъемного крана перейдем к микроскопическим магнетикам – к электронам, протонам, нейтронам. Каждый из них создает вокруг себя свое магнитное поле. Мерой способности электрона создавать магнитное поле служит магнетон Бора, или магнитный момент электрона,

$$\mu_e = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 0,9 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/Гс},$$

(заметим, что в единицах СИ в формуле отсутствует  $c$ ), а магнитные моменты протона и нейтрона удобно

оценивать с помощью ядерного магнетона

$$\mu_{\text{яд}} = \frac{e\hbar}{2m_p c} = 5 \cdot 10^{-24} \text{ эрг/Гс},$$

где  $m_p$  – масса протона. Ясно видно, что из-за сравнительно большой массы нуклона магнитные моменты протона и нейтрона во много раз меньше магнитного момента электрона. Есть интересные и важные явления, связанные с магнетизмом нуклонов, но наиболее существенную роль в физике магнитных явлений играют электроны. Такие явления, как ферро- и антиферромагнетизм, – электронно происхождения.

Как известно, при удалении от магнитного диполя созданное им магнитное поле убывает обратно пропорционально кубу расстояния от диполя. Правда, кроме того, магнитное поле зависит от направления по отношению к диполю (не надо забывать, что магнитный диполь – вектор, который характеризуется не только величиной, но и направлением). Выбрав направление таким, чтобы магнитное поле было максимальным, можно оценить величину магнитного поля на атомном расстоянии от электрона. Мерой атомного расстояния служит радиус Бора (см. *Бора радиус*)

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ см},$$

тогда магнитное поле на расстоянии  $a_0$  от электрона будет

$$B \sim \frac{\mu_e}{a_0^3} \sim 10^4 \text{ Гс}.$$

Скажем откровенно, эта величина мало что характеризует: магнитные поля, создаваемые отдельными микрочастицами, имеют, как правило, совершенно случайные направления; складываясь, они либо компенсируют друг друга, либо усиливают. Результат – какое магнитное поле создает тело и создает ли оно его на макроскопических расстояниях – зависит от строения тела, в состав которого входят микрочастицы.

Наличие у микрочастиц заряда  $e$  и магнитного момента  $\mu$  делает их чувствительными (восприимчивыми) к магнитному полю. В магнитном поле  $\vec{B}$  на всякую заряженную движущуюся со скоростью  $\vec{v}$  частицу действует сила Лоренца

$$\vec{F}_L = \frac{e}{c} [\vec{v} \vec{B}].$$

(Заметим, что в СИ формула для силы Лоренца имеет другой вид:  $\vec{F}_L = e[\vec{v} \vec{B}]$ .) Под действием этой силы частица (для определенности, электрон) вращается в плоскости, перпендикулярной  $\vec{B}$ . Каждый вращающийся электрон обладает магнитным моментом, направленным против магнитного поля. Энергия движения электрона в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, квантуется. Разность энергий соседних уровней есть  $e\hbar B / (m^* c)$ . Но, кроме того, как мы уже говорили, электрон обладает собственным магнитным моментом. Собственный магнитный момент электрона  $\mu_e$  ориентируется либо по магнитному полю, либо против. Разность энергий двух ориентаций равна  $2\mu_e B = e\hbar B / (m_e c)$ . Если  $m^*$  и  $m_e$  не слишком отличаются друг от друга, то величина  $e\hbar B / (m_e c)$  может служить энергетической мерой воздействия магнитного поля на любую атомную систему. Если же  $m^* \ll m_e$  (как мы говорили, такое бывает в некоторых полупроводниках и полуметаллах), то роль магнитного поля больше, чем можно было бы думать, руководствуясь оценкой, получаемой при использовании массы свободного электрона.

Основные силы, действующие между электронами и ядрами в атомах, – это силы электростатического притяжения и отталкивания. Им соответствует энергия порядка  $e^2/a$ . Каково должно быть магнитное поле, чтобы соответствующая ему энергия превышала электростатическую? Сравним  $2\mu_e B$  и  $e^2/a$ , подставив значение борковского радиуса:

$$2\mu_e B > \frac{e^2}{a_0},$$

если

$$B > B_{\text{ат}} = \frac{m_e^2 e^3 c}{\hbar^3} = 2,35 \cdot 10^9 \text{ Гс(!)}.$$

Таким образом, сверхсильное магнитное поле должно существенно сказываться на структуре атомов, молекул, твердых тел.

Сделаем еще один шаг – в сторону больших магнитных полей. Запишем электростатическую энергию  $e^2/a_0 = e^4 m_e / \hbar^2$  несколько иначе. Умножим числитель и знаменатель правой части последнего равенства

<sup>4</sup> В этой статье автор использует гауссову систему единиц, незнакому большинству наших читателей. Эта система отличается от привычной СИ не только наименованиями и значениями единиц измерения физических величин, но иписанием многих формул. Однако мы решили в виде исключения сохранить привычную для автора и вообще для физиков-теоретиков систему единиц, чтобы читатель получил более глубокое представление о «кухне» теоретической физики. (Прим. ред.)

<sup>5</sup> См. книгу М.И.Каганова и В.М.Цукерника «Природа магнетизма» (Библиотечка «Квант», выпуск 16, 1982 г.).

на  $c^2$ . Тогда получим

$$\frac{e^2}{a_0} = m_e c^2 \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \equiv m_e c^2 \left( \frac{1}{137} \right)^2.$$

Безразмерную комбинацию из мировых констант  $e^2/(\hbar c) = 1/137$  принято считать безразмерным зарядом электрона. Многие черты Мира, в котором мы живем, связаны с тем, что безразмерный заряд электрона мал. К сожалению, нет возможности остановиться на этом факте сколько-нибудь подробно, но, думаю, имеет смысл его запомнить ...

Если магнитное поле в  $(137)^2$  раз больше  $B_{ат}$ , т.е. если  $B \geq B_{ка} = m_e^2 c^3 / (e \hbar)$ , то  $2\mu_e B$  превышает энергию покоя электрона  $m_e c^2$  (индекс «кэ» обозначает словосочетание «квантовая электродинамика»). В области пространства, где магнитное поле столь велико, изменяется электродинамическое поведение элементарных частиц; электродинамика в этом случае требует использования не только релятивистских, но и квантовых законов.

Встречаются ли столь большие магнитные поля в природе? В цитируемой статье приведено несколько примеров. Мы воспользуемся часто применяемым приемом – поражать, так поражать: поля  $10^{10} - 10^{13}$  Гс зарегистрированы у рентгеновских пульсаров, т.е. в двойных звездных системах. Для сравнения: среднее значение магнитного поля у земной поверхности равно 0,5 Гс.

Пришло время выполнить обещание и хотя бы в нескольких словах рассказать о получении сильных и сверхсильных магнитных полей в земных условиях. Прежде всего отметим, что получение сильных магнитных полей – сложная техническая задача, для решения которой необходим инженерный опыт, специальные материалы и ... прекрасное знание физики. В истории создания источников сильного магнитного поля большую роль сыграли такие выдающиеся физики, как П.Л.Капица и А.Д.Сахаров. Их имена связаны с созданием импульсных магнитных полей – полей, существующих доли секунды.

До сих пор в центральном зале Института физических проблем имени П.Л.Капицы стоит генератор, с помощью которого Петр Леонидович еще в 20-е годы начал исследование влияния магнитного поля на

электропроводность металлов, впервые используя для этой цели магнитное поле порядка 300 кГ. Для создания такого магнитного поля Капица применил разряд батареи конденсаторов через токовое кольцо. Один из томов Научных трудов П.Л.Капицы назван «Сильные магнитные поля» (М.: Наука, 1988). В нескольких статьях подробно рассказано и о конструкции генератора поля, и о различных опытах, проведенных в магнитном поле в сотни килогаусс. Использование рекордного (в то время) магнитного поля естественно привело к открытиям. Одно из них даже получило в физической литературе имя закона Капицы (см. *Капицы закон*). Оказалось, что в сильном магнитном поле сопротивление большинства металлов линейно растет с магнитным полем. Это открытие послужило толчком к активному исследованию гальваномагнитных явлений в металлах.

Метод, идея которого принадлежит А.Д.Сахарову (1951 г.), назван методом сжатия магнитного потока (или магнитной кумуляцией). На первый взгляд идея весьма проста: внутри проводящей цилиндрической оболочки радиусом  $R_{нач}$  надо создать продольное магнитное поле  $B_{нач}$  и затем симметрично и достаточно быстро сжать цилиндр так, чтобы его радиус уменьшился во много раз. Если поток магнитного поля  $\Phi = \pi R_{нач}^2 B_{нач}$  не успеет измениться за время сжатия, то магнитное поле возрастет до величины  $B_{кон} = B_{нач} (R_{нач}^2 / R_{кон}^2)$ . Чтобы понять, насколько простота кумуляционного метода иллюзорна, надо иметь в виду, что необходимая скорость сжатия достигается с помощью взрывов. В частности, это означает, что каждое устройство работает один раз. Но результаты впечатляют: в таких системах получены поля до 3,2 МГс. Еще более поразительны планы: при использовании сравнительно небольшого ядерного взрыва надеются получить магнитное поле до  $10^3$  МГс. Вот так! Оказывается, пугающие всех ядерные взрывы могут приносить пользу науке. В Научных трудах А.Д.Сахарова (М.: Центрком, 1995) получению сильных магнитных полей с помощью взрывов посвящены две большие статьи с современными комментариями. По ним можно не только ознакомиться со многими физическими

и техническими подробностями, но и почувствовать ту обстановку, в которой работал А.Д.Сахаров.

## Сверхсветовые скорости в астрофизике

С таким названием в ФЭ есть сравнительно большая статья. К сожалению, она слишком специальна для сколько-нибудь подробного ее изложения на страницах журнала «Квант». Речь в статье идет о наблюдении радиоизлучения центральных областей галактик, которые привели к парадоксальному выводу, что излучающие частицы движутся со скоростью, превышающей скорость света в вакууме. Анализ всей совокупности наблюдательных данных помог ликвидировать парадокс. Если некоторое излучающее физическое образование (сгусток плазмы) перемещается к наблюдателю со скоростью  $v_{п}$  под углом  $\phi$  к лучу зрения, то проекция его скорости на небесную сферу равна  $v_{п} \sin \phi$ . Наблюдая за движением изображения сгустка по небесной сфере, ученые пришли к выводу, что  $v_{п} > c$ . Ошибка связана с тем, что не принято во внимание приближение излучающего сгустка к наблюдателю. Чем ближе сгусток придвигается, тем меньше времени требуется излученному свету, чтобы достигнуть наблюдателя. Из-за этого скорость перемещения пятна по небесной сфере (в картинной плоскости) равна

$$v_{наб} = \frac{v_{п} \sin \phi}{1 - (v_{п} \cos \phi) / c}.$$

При релятивистских скоростях источника  $v_{п}$  и небольших углах  $\phi$  наблюдаемая скорость  $v_{наб}$  может превышать скорость света в вакууме.

Должен признаться, что последний раздел внесен в статью с сугубо педагогическими целями. Во-первых, чтобы продемонстрировать единство законов природы, действующих во всей необозримой Вселенной. Во-вторых, чтобы предупредить – к словам надо относиться с осторожностью. Встретив термин «сверхсветовые скорости в астрофизике», доверчивый читатель – именно потому, что относится термин к астрофизике, – может подумать, что правы писатели-фантасты и скорость света не есть предел для будущих астронавтов. Как видите, это не так.