

ев с малым углом  $\alpha = 5^\circ$  (рис.3). Показатели преломления клиньев  $n_1 = 1,48$  и  $n_2 = 1,68$ . На пластину нормально ее поверхности падает параллельный пучок света. За пластиной расположена собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 60$  см. На экране, расположенном в фокальной плоскости линзы, наблюдается светлая точка. На сколько сместится эта точка на экране, если убрать пластину? *Указание:* для малых углов  $x$  справедливо соотношение  $\sin x \approx x$ .

5. Для поддержания незатухающих колебаний в контуре с малым затуханием, изображенном на рисунке 4, индуктивность катушки быстро (по

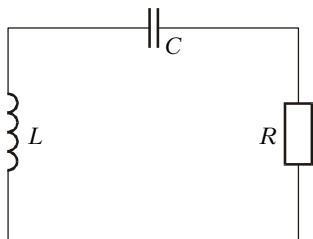


Рис. 4

сравнению с периодом колебаний в контуре) увеличивают на небольшую величину  $\Delta L$  ( $\Delta L \ll L$ ) каждый раз, когда ток в цепи равен нулю, а через время, равное четверти периода колебаний, так же быстро возвращают в исходное состояние. Определите величину  $\Delta L$ , если  $L = 0,15$  Гн,  $C = 1,5 \cdot 10^{-7}$  Ф,  $R = 20$  Ом.

Вариант 2

1. Два шара насажены на прямолинейную горизонтальную спицу и могут скользить по ней без трения (рис.5). К шару массой  $m$  прикреплена легкая

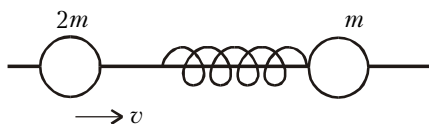


Рис. 5

пружина жесткостью  $k$ , и он покоится. Шар массой  $2m$  движется со скоростью  $v$ . Радиусы шаров много меньше длины пружины. 1) Определите скорость шара массой  $2m$  после отрыва от пружины. 2) Определите время контакта шара массой  $2m$  с пружиной.

2. В цилиндрическом стакане с водой на нити висит проволока, замороженная в кусок льда. Лед с проволокой целиком погружен в воду и не касается стенок и дна стакана. После того как лед растаял, проволока осталась висеть на нити целиком погруженная в воду. Уровень воды в стака-

не за время таяния льда уменьшился на  $\Delta H$  ( $\Delta H > 0$ ), а сила натяжения нити увеличилась в  $k$  раз. Найдите объем проволоки. Плотность воды  $\rho_v$ , плотность проволоки  $\rho$ , площадь внутреннего сечения стакана  $S$ .

3. Газообразный гелий находится в цилиндре под подвижным поршнем. Газ нагревают при постоянном давлении, переводя его из состояния 1 в состояние 2 (рис.6). При этом газ

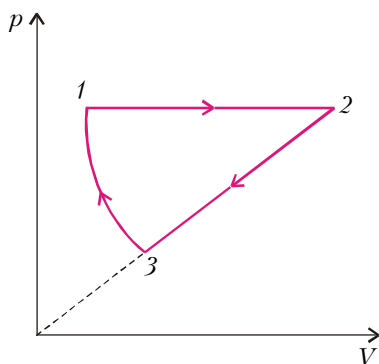


Рис. 6

совершает работу  $A_{12}$ . Затем газ сжимается в процессе 2-3, когда его давление  $p$  прямо пропорционально объему  $V$ . При этом над газом совершается работа  $A_{23}$  ( $A_{23} > 0$ ). Наконец, газ сжимается в адиабатическом процессе 3-1, возвращаясь в первоначальное состояние. Найдите работу сжатия  $A_{31}$ , совершенную над газом в адиабатическом процессе.

4. В схеме, изображенной на рисунке 7, в начальный момент ключ  $K$

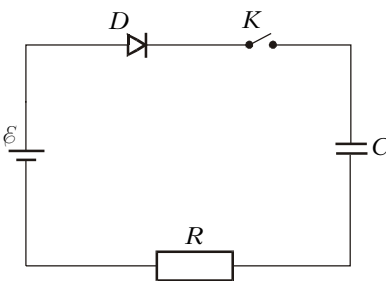


Рис. 7

разомкнут, а конденсатор емкостью  $C = 100$  мкФ не заряжен. Вольтамперная характеристика диода  $D$

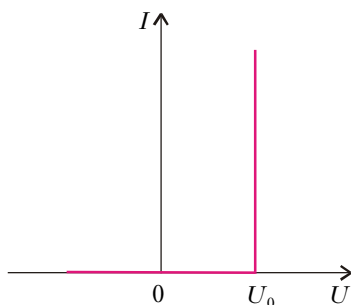


Рис. 8

изображена на рисунке 8. ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 6$  В, пороговое напряжение диода  $U_0 = 1$  В, сопротивление резистора  $R = 1$  кОм. 1) Чему равен ток в цепи сразу после замыкания ключа? 2) Какой заряд протечет через диод после замыкания ключа? 3) Какое количество теплоты выделится на резисторе после замыкания ключа? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

5. Точечный источник света расположен на главной оптической оси слева от рассеивающей линзы с фокусным расстоянием  $F_1 = -10$  см. Расстояние от источника до линзы  $d = 40$  см. На расстоянии  $L = 20$  см слева от рассеивающей линзы расположена собирающая линза. Главные оптические оси линз совпадают. Найдите фокусное расстояние собирающей линзы, если из системы линз выходит параллельный пучок света.

*Публикацию подготовили  
М.Балашов, В.Можаев, Ю.Чешев,  
М.Шабунин*

Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

*(факультеты электроники, информатики и телекоммуникаций, автоматики и вычислительной техники)*

1. Дана функция  $f(x) = \log_{27} x$ . Требуется

- а) вычислить  $f(9\sqrt{3})$ ;
- б) решить неравенство  $f(4x + 3) < 1$ ;
- в) решить уравнение

$$f(-\sin x) + f(-10 \cos x) = \frac{1}{2}.$$

2. Дан треугольник  $ABC$  ( $AB = 39$ ;  $BC = 15$ ;  $AC = 36$ ). Найдите

- а) высоту, проведенную из вершины  $C$ ;
- б) тангенс половины угла треугольника при вершине  $A$ ;
- в) расстояние между центрами вписанной в треугольник и описанной около него окружностей.

3. Решите уравнение

$$3 \cdot 4^{\sin^2 x} + 4 \cdot 2^{\cos 2x} = 14.$$

4. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны расстояния  $AB = 4$ ,  $AD = \sqrt{10}$ ,  $AA_1 = 4$ . Вычислите площадь треугольника