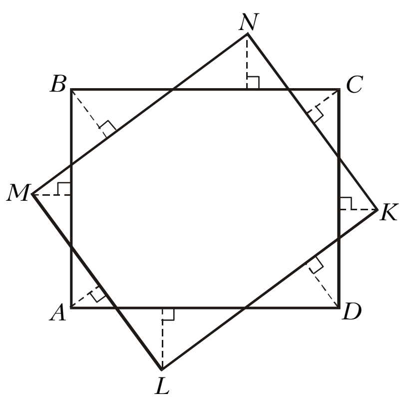
Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы продолжаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант» (с пометкой «Конкурс «Математика 6–8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

Как и прежде, мы приветствуем участие не только отдельных школьников, но и математических кружков.

11. Два выпуклых четырехугольника $ABCD$ и $MNKL$ расположены так, что в пересечении дают восьмиугольник. Все восемь высот в треугольниках, окаймляющих



восьмиугольник (см. рисунок), опущенных на его стороны, одинаковы. Докажите, что четырехугольники имеют равные периметры и равные площади.

В.Произволов

12. Имеется клетчатый бумажный квадрат со стороной 1111 клеток. Его требуется прямолинейными разрезами разделить на единичные квадратики, причем перед каждым очередным разрезом имеющиеся части разрешается как угодно перекладывать (не перегибая) и за один прием разрезать сразу несколько частей. Какое наименьшее число разрезов потребуется для разделения квадрата на единичные квадратики?

И.Акулич

13. Нефтяная компания решила установить автозаправочные колонки на перекрестках города, который имеет 162 отрезка улиц, соединяющих перекрестки. Решено было устанавливать не более одной колонки на двух соседних перекрестках. Известно, что в городе на каждом перекрестке сходится не менее четырех улиц. Докажите, что при этих условиях компания не сможет установить более 40 колонок.

О.Мельников

14. а) Докажите, что для любого n-разрядного натурального числа A существует натуральное m-разрядное число B такое, что $m \geq n$ и сумма цифр произведения AB равна $9m$.

б) Докажите, что существуют 10 последовательных натуральных чисел таких, что

сумма цифр первого числа равна 2000;
сумма цифр второго числа равна 2001;
…
сумма цифр десятого числа равна 2009,

причем каждое из этих чисел делится на сумму своих цифр.

В.Замков

15. Труляля и Траляля задумали по два натуральных числа. Оказалось, что сумма чисел, задуманных Труляля, равна произведению чисел, задуманных Траляля, а сумма чисел, задуманных Траляля, равна произведению чисел, задуманных Труляля. Какие числа могли задумать Труляля и Траляля?

А.Жуков