

Деньги – деньги – деньги

Е. ФЕДОРОВ

– Мы не валютчики, – раздались отдельные обиженные голоса в театре, – но дело это немислимое...

– Валютчик он! – выкрикивали в зале, – из-за таких-то и мы невинно терпим!

М. Булгаков. Мастер и Маргарита

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ВЕЩЕСТВА в формулировке Михайлы Ломоносова звучит примерно так: «Ежели в каком-то месте чего-то убыло, то в другом месте того же самого прибыло». Решения задач, над которыми мы предлагаем вам подумать, точно указывают место, где «прибыло». Место, где «убыло», поищите сами.

Итак, речь пойдет о некоторых задачах финансового рынка. Еще точнее, мы будем говорить об элементарных математических моделях этого рынка. Несмотря на их простоту, можно даже сказать примитивность, исследование этих моделей позволяет получить качественную принципиальную картину рынка ценных бумаг и понять методы решения возникающих там проблем. Это типичный прием в математике – для изучения явления строится элементарная математическая модель, которая отражает основные принципиальные свойства реального явления. Изучив простую модель, можно попытаться распространить наработанные в ней методы на конкретную реальную ситуацию. Если модель удачная, то, как правило, это удается.

Полезно также из чисто педагогических соображений на элементарном уровне подойти к серьезной проблеме, чтобы уяснить в принципе саму проблему. Это очень важно для тех читателей журнала «Квант», которые в будущем собираются стать финансистами, экономистами, брокерами (ужасное слово). В экономике даже придуман специальный термин для той проблематики, о которой мы будем вести разговор, – *финансовая инженерия*.

Финансовый рынок

Рынок – как обмен товарами – существует давно. С тех пор как возникли деньги в качестве средства обмена товарами, появился новый товар –

деньги. Если есть товар, то должны быть его разработчики, производители, продавцы и, что самое важное, покупатели. *Финансовый рынок* – это вторичный рынок, где товаром являются благородные металлы, деньги и валюты, ценные бумаги, в отличие от *основного* рынка, где товар – это продукция, услуга или работа. Мы будем говорить о *рынке ценных бумаг*. Хорошо известная формула основного рынка «*товар – деньги – товар*» на финансовом рынке принимает вид «*деньги – большие деньги – очень большие деньги*». Иногда даже справедлива такая уникальная цепочка: «*ничего – деньги – очень большие деньги*». На финансовом рынке ценных бумаг свои проблемы определения цены товара.

В дальнейшем мы будем использовать некоторые термины из финансового жаргона. Наверняка кому-то они хорошо знакомы, для остальных напомним.

Валюта – ценная бумага или другое средство обмена товарами, например дукат или гульден; менее удачный пример – доллар; совсем неудачный – евро.

Акция – ценная бумага, выпускается фирмами с целью привлечения капитала. Текущая цена акции зависит от финансовых результатов деятельности фирмы и состояния рынка ценных бумаг. Владелец акции имеет право на участие в делах фирмы (одна акция – один голос) и на получение дивидендов (части прибыли).

Облигация – ценная бумага, например кредитный договор, долговое обязательство, банковский счет и т.д. В отличие от акций, цена которых хаотично меняется, цена облигации всегда растет – это безрисковый актив в стабильной ситуации.

Акции и облигации – *основные* (первичные) ценные бумаги на финансовом рынке ценных бумаг.

Модели рынка

В зависимости от того, какие бумаги есть в активе рынка, мы будем различать три модели:

A-рынок – рынок, в активе которого одна акция, цена ее хаотично меняется. Простой пример – колебания курса валюты, скажем евро. Предположим, «сегодня» курс евро (по отношению к какой-то другой валюте) A , тогда мы будем считать, что в следующий момент времени «завтра» (интервал изменения курса) он может принять одно из двух значений: или $A(1+m)$, или $A(1+n)$, где $-1 < n < m$, причем, вообще говоря, эти возможности не обязательно равновероятны (шансы не $1:1$). Мы будем говорить, что сегодня известен прогноз цен на завтра. «Послезавтра» курс может быть $A(1+m)^2$, $A(1+m)(1+n)$ или $A(1+n)^2$, и так далее:

$$A \rightarrow \begin{cases} A(1+m) \rightarrow \langle A(1+m)^2 \\ A(1+n) \rightarrow \langle A(1+m)(1+n) \dots \\ A(1+n)^2 \end{cases}$$

Итак, в нашей модели точная цена акции завтра неизвестна сегодня, она станет определенной лишь завтра. Сегодня известно, что нас может ожидать завтра. Эта модель имеет простую биномиальную структуру, а колебания цены акции здесь напоминают хаотичное блуждание частицы на прямой, т. е. одномерное броуновское движение.

B-рынок – рынок облигации, цена которой меняется по фиксированной ставке. Пример – банковский счет: пусть сегодня на счету капитал B , тогда завтра капитал будет $B(1+r)$, где r – процентная ставка банка. Послезавтра капитал будет $B(1+r)^2$ и так далее, после k -го дня капитал будет равен $B(1+r)^k$. Цена облигации завтра известна уже сегодня.

AB-рынок – рынок с двумя акти-