возвращающая сила, равная

$$F = F'_A - mg .$$

Так как полная глубина погружения шарового сегмента теперь равна $H + x$, то

$$F'_A = \pi\rho_1 (H + x)^2 (3R - H - x)/3 ,$$

и

$$F = \pi\rho_1 gx\left(H(2R - H) + (R - H)x - 1/3\,x^2\right).$$

Критерием малости колебаний здесь является неравенство $x \ll H$. Тогда вторым и третьим слагаемыми можно пренебречь в силу их малости, и для возвращающей силы получаем

$$F = \pi\rho_1 gH(2R - H)\cdot x .$$

Следовательно, возвращающая сила пропорциональна смещению из положения равновесия $x$ и, как отмечалось, направлена в сторону, противоположную этому смещению.[1] Под действием этой силы шар совершает колебательное движение: то погружаясь, то всплывая. Коэффициент перед $x$ играет роль коэффициента «упругости» $k$, поэтому частота колебаний шара в жидкости будет равна

$$\omega = \sqrt{3\frac{2R - H}{3R - H}\frac{g}{H}} .$$

Частота колебаний полностью определяется радиусом шара и глубиной его погружения в условиях равновесия.

В принципе можно выразить частоту колебаний и через отношение плотностей $\rho$ и $\rho_1$.

[1] *Легко увидеть, что возвращающая сила равна $\rho_1 gSx$, где $S = \pi H(2R - H)$ – площадь сечения шара поверхностью жидкости (в положении равновесия). Именно на столько изменяется вес вытесненной жидкости при дополнительном погружении шара на малую глубину $x$. (Прим. ред.)*

## Комбинированный маятник

Представим себе жесткий невесомый стержень длиной $L$, к нижнему концу которого подвешено точечное тело массой $m$, а на расстоянии $l$ от оси вращения к стрежню прикреплена пру-

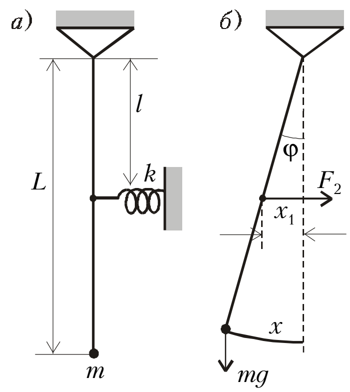


Рис. 4

жинка с коэффициентом упругости $k$, которая в положении равновесия маятника не деформирована (рис.4). Определим частоту малых колебаний такого маятника.

В положении равновесия стержень маятника располагается вдоль вертикали (см. рис.4,*а*). Отклоним стержень относительно вертикали на небольшой угол $\varphi$, такой, что $\varphi \ll 1$ (критерий малых колебаний). В этом положении на грузик маятника действует сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вниз, а на стержень в точке крепления пружинки действует сила упругости, равная $F_2 = kx_1$, где $x_1 = \varphi l$ – линейное смещение этой точки стержня относительно положения равновесия. При малых углах отклонения сила $\vec{F}_2$ направлена практически горизонтально. Возвращающая сила, действующая непосредственно на грузик, направлена по касательной к его траектории движения (окружности) и определяется выражением

$$F_1 = mg\sin\varphi \approx mg\varphi = mgx/L ,$$

где $x$ – смещение грузика вдоль дуги окружности. Из рисунка 4,*б* видно, что $x_1/x = l/L$.

Поскольку силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ приложены к разным точкам системы, ясно, что ни одна из них не является результирующей возвращающей силой. Чтобы определить эту силу, поступим следующим образом. Найдем полный момент сил $M$, действующий на систему и возвращающий ее в положение равновесия:

$$M = F_1 L + F_2 l = (mgx/L)L + (klx/L)l .$$

Считая теперь, что этот момент сил действует непосредственно на колеблющийся грузик маятника, найдем результирующую возвращающую силу $F$, деля момент сил $M$ на плечо этой силы $L$:

$$F = \left(\frac{mg}{L} + \frac{kl^2}{L^2}\right)\cdot x .$$

Роль коэффициента упругости здесь играет весь множитель в скобках перед $x$, поэтому для частоты колебаний находим

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{k}{m}\frac{l^2}{L^2}} .$$

Видно, что частота колебаний комбинированного маятника определяется как геометрией маятника, т.е. длинами $L$ и $l$, так и массой грузика $m$. Если положить $k = 0$ (пружинка отсутствует) либо $l = 0$ (пружинка прикреплена к оси маятника и не действует на стержень), то получаем известное выражение для частоты колебаний математического маятника $\omega = \sqrt{g/L}$.