XL Международная математическая олимпиада

40th IMO

Romania, July 10^{th}-22^{nd}, 1999

Юбилейная, сороковая международная математическая олимпиада школьников (ММО) в дань уважения к стране, впервые принимавшей ММО в 1959 году, была проведена с 10 по 22 июля в Бухаресте – столице Румынии. Олимпиада собрала рекордное количество участников: 450 школьников из 82 стран мира.

Олимпиада оказалась необычно трудным испытанием для ее участников, установив рекорды сложности как в целом для всех школьников, так и для сильнейших команд.

Тем приятнее прекрасное выступление на ММО команды России, завоевавшей 4 золотые и 2 серебряные медали и впервые с 1991 года сумевшей в неофициальном командном зачете стать победителем, поделив первое место с командой Китая.

По итогам успешных выступлений на Всероссийских олимпиадах в команду нашей страны вошли десятиклассники Владимир Дремов (золотой медалист предыдущей ММО) – школа 24 Волгодонска, Алексей Поярков – лицей 2 Рыбинска, Юрий Лифшиц – ФМЛ 239 Санкт-Петербурга и одиннадцатиклассники Федор Петров – ФМЛ 239 Санкт-Петербурга, Антон Евсеев – Московская государственная Пятьдесят седьмая школа, Алексей Лебедев – Семеновская школа Уренского района Нижегородской области (в 98/99 учебном году обучавшийся в лицее 40 Нижнего Новгорода). Запасными участниками были десятиклассники Максим Карвонен – лицей 2 Рыбинска и восьмиклассник Андрей Халявин – ФМЛ Кирова.

Олимпиада проходила по традиционной схеме: в 2 дня, в каждый из которых участникам предоставлялось по 4,5 часа на решение 3 задач. Полное решение каждой задачи оценивалось в 7 баллов.

По итогам соревнований было вручено 38 золотых, 70 серебряных и 148 бронзовых медалей.

Наши школьники на олимпиаде показали следующие результаты:

	1	2	3	4	5	6	Σ	Медаль
В.Дремов	7	7	7	7	7	1	36	золотая
А.Поярков	7	7	6	6	7	3	36	золотая
Ф.Петров	7	7	3	7	7	5	36	золотая
Ю.Лифшиц	7	7	3	7	7	0	31	золотая
А.Евсеев	7	2	2	7	3	1	22	серебряная
А.Лебедев	7	7	0	0	6	1	21	серебряная

В неофициальном командном зачете команды расположились так:

		Очки	Зол.	Сер.	Бронз.
1—2.	Россия	182	4	2	0
1—2.	Китай	182	4	2	0
3.	Вьетнам	177	3	3	0
4.	Румыния	173	3	3	0
5.	Болгария	170	3	3	0
6.	Белоруссия	167	3	3	0
7.	Ю.Корея	164	3	3	0
8.	Иран	159	2	4	0
9.	Тайвань	153	1	5	0
10.	США	150	2	3	0
11.	Венгрия	147	1	4	1
12.	Украина	136	2	2	1
13.	Япония	135	2	4	0
14.	Югославия	130	1	2	3
15.	Австралия	116	1	1	3
16.	Турция	109	1	1	2
17.	ФРГ	108	0	2	4
18.	Индия	107	0	3	3
19.	Польша	104	1	0	5
20.	Великобритания	100	0	3	2

Сложность заданий олимпиады подтвердили итоговые результаты: ни одному из участников не удалось набрать больше 39 баллов.

Торжественное награждение победителей олимпиады проходило в Парламентском дворце Румынии. Медали 10 лучшим участникам олимпиады, в том числе В.Дремову, А.Пояркову, Ф.Петрову, вручал президент Румынии Э.Константинэску.

Задачи

1. Найдите все конечные множества S точек плоскости, содержащие не менее трех точек, удовлетворяющие следующему условию: для любых двух различных точек A и B из S серединный перпендикуляр к отрезку AB является осью симметрии множества S.

(Эстония)

2. Пусть n – данное целое число, $n \geq 2$.

а) Определите наименьшую константу C такую, что неравенство

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j \left(x_i^2 + x_j^2\right) \leq C \left(\sum_{1 \leq i \leq n} x_i\right)^4$$

выполняется для всех действительных чисел $x_1, \ldots, x_n \geq 0$.

б) Для этой константы C определите, когда выполняется равенство.

(Польша)

3. См. задачу М1716 «Задачника «Кванта».

4. Найдите все пары (n, p) натуральных чисел такие, что p – простое, $n \leq 2p$ и $(p-1)^n + 1$ делится на n^{p-1}.

(Тайвань)

5. См. задачу М1717 «Задачника «Кванта».

6. См. задачу М1718 «Задачника «Кванта».

Публикацию подготовили
Н.Агаханов, Д.Терешин