3. Так как доска не вращается, нормальные силы реакции валиков одинаковы. Допустим, что ситуация критическая и сила трения максимально возможная, т.е. $F = \mu Mg\cos\alpha$, и запишем для доски второй закон Ньютона:

$$Ma = Mg\sin\alpha - \mu Mg\cos\alpha.$$

Пусть доска сместилась на малое расстояние x, приобретя при этом скорость v. При отсутствии проскальзывания линейная скорость ободов валиков также равняется v. Закон сохранения энергии будет иметь вид

$$\frac{Mv^2}{2} + \frac{2mv^2}{2} = Mgx\sin\alpha.$$

При малом смещении ускорение можно считать постоянным и использовать кинематическую связь $v^2 = 2ax$. Из последнего соотношения с учетом двух предыдущих уравнений имеем

$$\mu = \frac{2m}{M+2m}\operatorname{tg}\alpha.$$

4. Массу кислорода в атмосфере можно оценить, зная атмосферное давление $p_а \approx 10^5$ Па (кислорода в атмосфере по массе 20%): $M_{атм} \approx 0{,}2p_аS_{Зем}/g$, а массу кислорода в океане – зная среднюю глубину океана $H \sim 4\cdot10^3$ м (отношение молярных масс кислорода и воды 16/18): $M_{ок} \approx \rho HS_{ок}\cdot16/18$. Отношение площадей поверхности океанов к поверхности Земли $S_{ок}/S_{Зем} \approx 0{,}7$. Таким образом,

$$\frac{M_{ок}}{M_{атм}} \approx \frac{40}{9}\frac{\rho gH}{p_a}\frac{S_{ок}}{S_{Зем}} \approx 1200.$$

Российский государственный педагогический университет им. А.И.Герцена

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. а) $x \in \left(-\infty; -\sqrt{2n}\right)\cup\left(-\sqrt{2n}; \sqrt{2n}\right)\cup\left(\sqrt{2n}; +\infty\right)$;

б) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-2},\ x\in(-\infty;-2), \\ \dfrac{1}{2-x},\ x\in(-2;2), \\ \dfrac{1}{x-2},\ x\in(2;+\infty), \end{cases}$

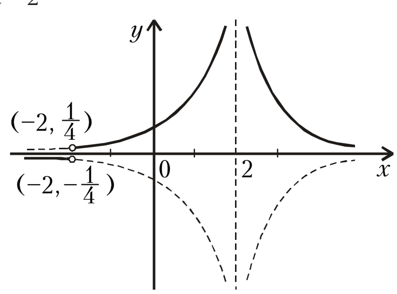

Рис. 11

(рис.11);

в) $x_1 = \sqrt5$, $x_2 = \sqrt7$.

2. $x \in \left(-1; \log_3 25\right]\cup(3;+\infty)$.

3. $x_1 = 2/5$, $x_2 = 1/2$, $x_3 = 4/5$, $x_4 = 1$.

4. 20. **5.** $S_{бок} = \dfrac{d^2\operatorname{ctg}\alpha/2}{2\cos\beta}$, $V = \dfrac{d^3\cos^2\dfrac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\beta}{12\sin\dfrac{\alpha}{2}}$.

Вариант 2

1. а) $x\in(-\infty;-n]\cup[1;3]$;

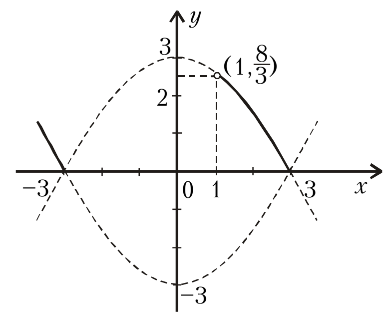

Рис.1 2

б) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3}\left(x^2-9\right),\ x\in(-\infty;-3], \\ \dfrac{1}{3}\left(9-x^2\right),\ x\in(1;3]; \end{cases}$

(рис.12);

в) $a\in\left[\dfrac{4}{3}; +\infty\right)$.

2. $x\in\left[\dfrac12; 1\right)$. **3.** $x_1 = \dfrac{5\pi}{4}$, $x_2 = \dfrac{7\pi}{4}$. **4.** $\dfrac{R^2}{6}\left(3\sqrt3-\pi\right)$.

5. $\dfrac{5a^2\sqrt3}{36\cos\alpha}$.

Российский государственный технологический университет им.К.Э.Циолковского

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 1. **2.** Возрастает при $x < -5$ и $x > -3$, убывает при $-5 < x < -4$ и $-4 < x < -3$. **3.** $5 < x \le 8$.

4. $x = \dfrac{(-1)^n\pi}{8} + \dfrac{\pi n}{2} + \dfrac{\pi k}{2}$, $y = \dfrac{(-1)^n\pi}{8} + \dfrac{\pi n}{2} - \dfrac{\pi k}{2}$, $n,k\in\mathbf{Z}$.

5. 6 кг, 40%. **6.** 9 : 2.

Вариант 2

1. $\pm\sqrt2$.

2. $x = -\dfrac13$ – точка минимума, $x = 1$ – точка максимума.

3. $3 < x < 4$, $x \ge 5$.

4. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + \pi n$, $y = \dfrac{\pi}{2} \mp \dfrac{\pi}{3} - \pi n$, $n\in\mathbf{Z}$. **5.** 14. **6.** 1 : 7.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. $x_m = 0{,}4$ см. **2.** $\lambda_2 = 4\cdot10^{-7}$ м. **3.** $k = 1{,}56$.
4. $A = 670$ Дж. **5.** $F_н = 8{,}7\cdot10^{-3}$ Н. **6.** $U = 220$ В.

Вариант 2

1. $p = 5\cdot10^{-25}$ кг·м/с. **2.** $\Delta U = 600$ Дж.

3. $W_м = 0{,}4\cdot10^{-4}$ Дж, $W_э = 1{,}2\cdot10^{-4}$ Дж.

4. $\beta = 45°$. **5.** $q_1/q_2 = 8$.

6. Уменьшается в $\sqrt2$ раз.

Российский государственный университет нефти и газа им. И.М.Губкина

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 0,8. **2.** 8. **3.** 144. **4.** –2. **5.** 1. **6.** 2. **7.** 3. **8.** 143. **9.** 15. **10.** 18. **11.** 0,4. **12.** 5,4.