неравенство

$$16y^3+6y^3x-4y^3x^2-50y^2-11y^2x+ \\ +10y^2x^2+52y+4yx-8yx^2- \\ -18+x+2x^2>0$$

выполняется при всех x из интервала $1<x<2y$.

6. Два велосипедиста стартуют одновременно из двух точек круговой велотрассы — первый из точки A, второй из точки B – и едут в противоположных направлениях с постоянными скоростями. Известно, что из их первых 15 встреч на трассе после старта только третья и пятнадцатая состоялись в точке B. Найдите отношение скорости первого велосипедиста к скорости второго, если известно, что к моменту их пятой встречи каждый из велосипедистов проехал не менее одного круга.

Вариант 9

(факультет почвоведения)

1. Решите уравнение

$$4^x-2^x=56.$$

2. Решите уравнение

$$\cos 2x=\sin x.$$

3. Решите уравнение

$$\log_\pi\left|x^2-1\right|=\log_{\sqrt{\pi}}|x|.$$

4. Решите неравенство

$$\sqrt[5]{y^5}\ge\sqrt[4]{y^4}.$$

5. Какое количество воды надо добавить в один литр 10%-го водного раствора спирта, чтобы получить 6%-й раствор?

6. Дан треугольник ABC с основанием AB, равным $\sqrt{3}/2$, и высотой CH, опущенной на это основание и равной $\sqrt{6}/3$. Известно, что точка H лежит на AB и $AH:HB=2:1$. В угол ABC треугольника ABC вписана окружность, центр которой лежит на высоте CH. Найдите радиус этой окружности.

7. Для каждого значения параметра $b\le 0$ решите неравенство (относительно x)

$$\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\ge b.$$

Вариант 10

(геологический факультет)

1. Найдите область определения функции

$$y=\left(\log_{\frac{1}{2}}(x+3)\right)\cdot\sqrt{\frac{25}{(x+2)^2}-1}.$$

2. Известно, что x_1, x_2 – корни уравнения

$$2x^2-\left(\sqrt{3}+5\right)x-\sqrt{4+2\sqrt{3}}=0.$$

Найдите значение $A=x_1+x_1x_2+x_2$ и выясните, какое из чисел больше: A или 1,999?

3. Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости (x,y) системой неравенств

$$\begin{cases}x\left(x+y-\sqrt{2}\right)\le 0,\\ x^2+y^2\le 2.\end{cases}$$

4. Медиана AM треугольника ABC равна половине стороны BC. Угол между AM и высотой AH равен 40°. Найдите углы треугольника ABC.

5. Решите уравнение

$$\left|\operatorname{ctg}^2 2x+8\sqrt{-\operatorname{ctg}2x}-3\right|= \\ =\left|\operatorname{ctg}^2 2x-8\sqrt{-\operatorname{ctg}2x}-3\right|.$$

6. Дана арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$, в которой $a_3=-13$ и $a_7=3$. Определите, при каком количестве членов сумма прогрессии будет наименьшей; найдите значение этой суммы.

7. Сфера радиуса $\sqrt{41}$ проходит через вершины B, C, C_1 и через середину ребра A_1D_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ($AA_1\parallel BB_1\parallel CC_1\parallel DD_1$). Найдите площадь поверхности этого куба.

8. Решите неравенство

$$\log_{84-2x-2x^2}\cos x\le\log_{x+19}\cos x.$$

Вариант 11

(географический факультет)

1. Решите уравнение

$$\log_{4x-8}\left(x^2-2x-3\right)=1.$$

2. Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-8x+5}=x-2.$$

3. По реке из пункта A в пункт B выплыл катер. Одновременно из пункта B в пункт A выплыла моторная лодка. Пройдя четверть пути от B к A, лодка встретилась с катером. Катер, достигнув пункта B, повернул обратно и прибыл в пункт A одновременно с лодкой. Во сколько раз скорость катера больше скорости лодки?

4. Найдите все значения параметра a, при которых среди корней уравнения

$$\sin 2x+6a\cos x-\sin x-3a=0$$

найдутся два корня, разница между которыми равна $\frac{3}{2}\pi$.

5. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке K. Точки L и M являются, соответственно, серединами сторон BC и AD. Отрезок LM содержит точку K. Четырехугольник $ABCD$ таков, что в него можно вписать окружность. Найдите радиус этой окружности, если $AB=3$, $AC=\sqrt{13}$ и $LK:KM=\frac{1}{3}$.

6. В пространстве заданы три луча DA, DB и DC, имеющие общее начало D, так что

$$\angle ADB=\angle ADC=\angle BDC=90^\circ.$$

Сфера пересекает луч DA в точках A_1 и A_2, луч DB – в точках B_1 и B_2, а луч DC – в точках C_1 и C_2. Найдите площадь треугольника $A_2B_2C_2$, если площади треугольников DA_1B_1, DA_1C_1, DB_1C_1 и DA_2B_2 соответственно равны $\frac{15}{2}$, 10, 6 и 40.

Вариант 12

(социологический факультет)

1. Решите уравнение

$$\sqrt{y-1}=6-y.$$

2. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, для которой сумма первых пяти членов с нечетными номерами на единицу больше суммы первых пяти членов с четными номерами и равна квадрату первого члена.

3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ проведены диагонали AC и BD. При этом оказалось, что $\angle BAC=\angle BDC$, а площадь круга, описанного около треугольника BDC, равна $\frac{25\pi}{4}$.

1) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

2) Зная, что

$$BC=3,\ AC=4,\ \angle BAD=90^\circ,$$

найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

4. Кандидат в депутаты за время избирательной кампании имеет право на одно бесплатное выступление в газете, а также на платные выступления по радио и телевидению. Выступление в газете увеличивает число сторонников кандидата на 1000 человек; каждое выступление по радио увеличивает количество голосов на 40% и стоит 32 тысячи рублей; каждое выступление по телевидению – на 80% и стоит 47 тысяч рублей. Определите количество и последовательность выступлений в этих средствах массовой информации, при которых кандидат получит наибольшее возможное число голосов, если на всю кампанию можно израсходовать не более 112 тысяч рублей.

5. Решите неравенство

$$\frac{4|2-x|}{4-|x|}-|x-2|\le 0.$$