$E_{вн}$ получим соотношения

$$\begin{cases} E_1 = E_{вн} - E_{соб}, \\ E_2 = E_{вн} + E_{соб}. \end{cases}$$

Собственное поле вблизи поверхности неотличимо от поля плоскости, т.е. $E_{соб} = \sigma/(2\varepsilon_0)$. Выражая из этих уравнений $E_{вн}$ и $\sigma$:

$$E_{вн} = \frac{E_1 + E_2}{2}, \quad \sigma = \varepsilon_0(E_2 - E_1), \quad (3)$$

найдем давление:

$$p = \sigma E_{вн}$$

и получим формулу (2).

Чтобы почувствовать, что давление определяется именно полным полем, а разделение поля на внешнее и собственное является только искусственным приемом, рассмотрим силу, действующую на тонкий слой объемного заряда (рис.2). Внутри слоя напряженность плавно меняется от $E_1$ на

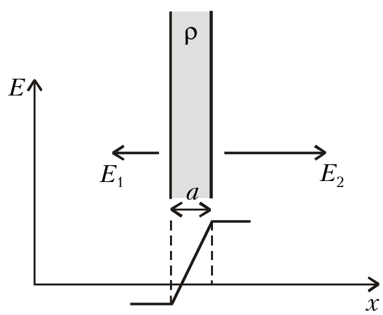


*Рис. 2*

одной поверхности до $E_2$ на другой. Если объемная плотность заряда $\rho$ постоянна, то напряженность поля меняется линейно и сила, действующая на площадку площадью $S$, выражается через среднюю напряженность поля:

$$F = \sigma S \frac{E_1 + E_2}{2} = \varepsilon_0(E_2 - E_1) S \frac{E_1 + E_2}{2} = \left( \frac{\varepsilon_0 E_2^2}{2} - \frac{\varepsilon_0 E_1^2}{2} \right) S,$$

где $\sigma = \rho a$ — заряд единицы поверхности слоя. Связь между $\sigma$, $E_1$ и $E_2$ можно получить с помощью теоремы Гаусса (если вы знакомы с этой теоремой) или же рассуждениями с внешним и собственным полями, приведшими к формуле (3).

При произвольной зависимости $\rho(x)$ поступим следующим образом. Разделим слой на много тонких слоев толщиной $dx$ и просуммируем силы, действующие на эти слои (рис.3):

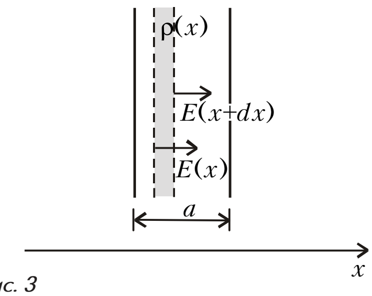


*Рис. 3*

$$F = \int_0^a E(x)\rho(x) S\,dx.$$

Изменение напряженности на очередном слое равно (для доказательства используйте теорему Гаусса; см. также формулу (3))

$$dE = \frac{\rho dx}{\varepsilon_0}.$$

Для давления получаем

$$p = \frac{F}{S} = \int_1^2 E\varepsilon_0 dE = \frac{\varepsilon_0 E_2^2}{2} - \frac{\varepsilon_0 E_1^2}{2}.$$

Отметим важную особенность: в случае объемного заряда не надо выделять собственное поле. Причина в том, что при уменьшении толщины слоя его собственное поле стремится к нулю.

## Давление магнитного поля

В случае магнитного поля мы сталкиваемся с двумя трудностями. Одна из них — чисто методическая. Дело в том, что в обычном (не расширенном) школьном курсе нет формул для магнитной индукции, создаваемой элементом тока (закон Био – Савара), током в прямом проводе, катушкой с током (соленоидом), а также нет формулы для объемной плотности энергии магнитного поля. Мы ограничимся случаем длинного соленоида (все обобщения проводятся аналогично электрическому полю), поле в котором почти всюду (кроме концов) однородно и равно

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l} = \mu_0 i. \qquad (4)$$

Здесь $\mu_0 = 1/(\varepsilon_0 c^2) = 1{,}26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м — *магнитная постоянная*, $l$ — длина соленоида, $N$ — число витков, $i$ — *поверхностная плотность тока* (ток на единицу длины), во многом аналогичная поверхностной плотности заряда в электростатике. Направление поля находят по движению буравчика, который вращают в направлении тока. Вычислив магнитный поток в соленоиде $\Phi = NBS$, можно выразить индуктивность $L = \Phi/I$ и энергию соленоида $W = LI^2/2$. Разделив энергию на объем соленоида, получим выражение для объемной плотности энергии магнитного поля:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

Вторая трудность носит принципиальный характер. Как было показано в статье «Осторожно: магнитное поле» (см. «Квант», 1999, №3), неаккуратное применение энергетических соотношений в задачах с магнитным полем может привести к кажущимся парадоксам и противоречиям. С аналогичной ситуацией мы столкнемся и при обсуждении давления магнитного поля.

Вычисление силы, действующей на небольшой прямоугольный участок $\Delta S$ поверхности соленоида, проведем с помощью рассуждений, аналогичных электростатике (рис.4). Поле возле поверхности разделим на собственное поле $B_{соб}$ (очень близко к поверхности

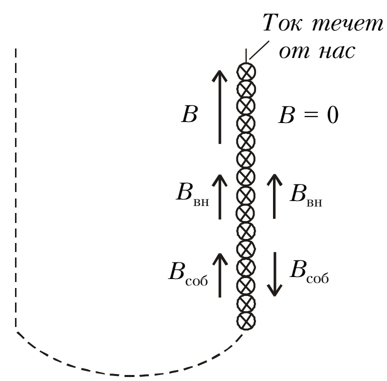


*Рис. 4*

оно должно быть равно полю бесконечной плоскости с током) и внешнее поле $B_{вн}$ (поле, создаваемое остальными участками соленоида). Получим

$$\begin{cases} B = B_{вн} + B_{соб}, \\ 0 = B_{вн} - B_{соб}. \end{cases}$$

Отсюда следует, что $B_{вн} = B_{соб} = B/2$. Величину силы найдем из закона Ампера (с учетом формулы (4)):

$$\Delta F = B_{вн}(i\Delta l)\Delta d = \frac{B^2}{2\mu_0}\Delta S,$$

где $\Delta l$ — ширина участка вдоль соленоида, а $\Delta d$ — его длина вдоль тока.

На первый взгляд все выглядит замечательно и совершенно аналогично электростатике — давление поля численно совпадает с плотностью энергии магнитного поля. Но после определения направления силы по правилу левой руки мы обнаруживаем существенное различие: сила направлена