Показания первого динамометра –

$$\frac{T_1 + T}{2} = \frac{9}{16} f + \frac{7}{16} F,$$

второго –

$$\frac{T_2 + F}{2} = \frac{1}{16} f + \frac{15}{16} F.$$

3) Для схемы на рисунке 4 можно использовать ответы случая 2), поменяв местами силы F и f.

4) Наконец, для схемы на рисунке 5 получаем

$$T_1 - f = \frac{1}{8}(F - f),\ T_1 = \frac{1}{8} F + \frac{7}{8} f,$$

$$F - T_2 = \frac{1}{8}(F - f),\ T_2 = \frac{7}{8} F + \frac{1}{8} f.$$

Показания первого динамометра –

$$\frac{f + T_1}{2} = \frac{15}{16} f + \frac{1}{16} F,$$

второго –

$$\frac{F + T_2}{2} = \frac{1}{16} f + \frac{15}{16} F.$$

С.Варлберман

Ф1692. *Поверхность планеты, имеющей такие же размеры, массу и состав атмосферы, как Земля, была полностью покрыта океаном с одинаковыми повсюду глубиной 230 м и температурой +10 °С. В результате внутренних процессов температура поднялась повсюду до +100 °С, однако глубина океана осталась прежней. Считая, что размеры твердой части планеты совершенно не изменились при нагревании, определите средний коэффициент объемного расширения воды в указанном диапазоне температур.*

При температуре +100 °С давление насыщенных паров воды равно 1 атм $\approx 10^5$ Па – такое давление создает столб воды высотой 10 метров. При начальной температуре +10 °С давление насыщенных паров во много раз меньше 1 атм. Будем считать, что испарившееся количество воды создает давление 1 атм, т.е. испарился слой воды, занимавший до нагревания «верхние» 10 метров океана (толщина атмосферы во много раз меньше радиуса планеты, поэтому при испарении вес этого количества воды не изменился).

Итак, при нагревании оставшийся слой воды толщиной 220 м расширился и скомпенсировал испарившийся объем. Коэффициент теплового расширения определяется отношением приращения объема к начальному объему при увеличении температуры на один градус. Средний коэффициент теплового объемного расширения воды в указанном диапазоне температур будет равен

$$\alpha = \frac{\Delta V}{V \Delta T} = \frac{10}{230 \cdot 90} \frac{1}{\text{град}} \approx 5 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{град}}.$$

С.Варламов

Ф1693. *Лампочка для фонаря рассчитана на напряжение 2,5 В, ток при этом составляет 0,2 А. В нашем распоряжении имеются мощный источник напряжением 6 В и реостат на 10 Ом (у реостата сделаны выводы от краев обмотки и от движка, который может контактировать с любым витком, – такой прибор часто называют потенциометром). Как присоединить лампочку к источнику, чтобы она горела нормально? Где должен находиться движок реостата?*

Не получится просто соединить последовательно лампочку и реостат – максимальное его сопротивление 10 Ом и при токе 0,2 А он «погасит» только $10 \cdot 0{,}2$ В = 2 В, а нужно «погасить» не менее 6 В – 2,5 В = 3,5 В. Ясно, что часть потенциометра должна быть подключена параллельно лампочке, чтобы ток в цепи увеличился и оставшаяся часть потенциометра смогла «погасить» необходимые 3,5 В.

Обозначим сопротивление параллельной части x, тогда последовательная составит $10 - x$. Ток через параллельную часть при напряжении 2,5 В составляет $2{,}5/x$, вместе с током лампочки будет $0{,}2 + 2{,}5/x$. Получим простое уравнение

$$\left(0{,}2 + \frac{2{,}5}{x}\right)(10 - x) = 3{,}5,$$

или, после преобразований,

$$0{,}2x^2 + 4x - 25 = 0.$$

Положительный корень этого уравнения равен $x = 5$. Это означает, что движок потенциометра установлен как раз посередине реостата.

М.Учителев

Ф1694. *В компьютерной модели атома водорода все размеры и заряды частиц увеличили в N раз. Считая, что плотность «вещества» частиц в модели сохранена, определите, во сколько раз изменится период обращения «электрона» вокруг «ядра». И еще: известно, что в атоме Резерфорда электрон излучает электромагнитные волны и, теряя энергию, должен упасть на ядро через малое время τ. Оцените время падения «электрона» на «ядро» в увеличенной модели.*

Масса «электрона» (и «ядра» атома) в этой модели увеличится в N^3 раз. Запишем уравнение второго закона Ньютона для электрона, который вращается вокруг ядра по круговой орбите радиусом R:

$$\frac{mv^2}{R} = k\frac{Qq}{R^2}.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{kQq}{mR}} \text{ и } T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{mR^3}{kQq}}.$$

При увеличении всех размеров и зарядов в N раз получим

$$T^* = 2\pi\sqrt{\frac{\left(mN^3\right)\left(RN\right)^3}{kQqN^2}} = TN^2,$$

т.е. период обращения «электрона» увеличится в N^2 раз. Легко видеть, что кинетическая энергия «электрона» в увеличенной модели будет равна

$$\frac{m^* v^{*2}}{2} = k\frac{Q^* q^*}{2R^*} = k\frac{Qq}{2R} N,$$

т.е. возрастет в N раз, а его ускорение будет

$$a^* = \frac{v^{*2}}{R^*} = \frac{kQ^* q^*}{m^* R^{*2}} = k\frac{Qq}{mR^2}\frac{N^2}{N^3 N^2} = a\frac{1}{N^3},$$